

**Hipérides Zanello**

# **Aritmética Primária**

TERCEIRA EDIÇÃO

1941

COMPANHIA EDITORA NACIONAL  
SAO PAULO

ARITMÉTICA  
PRIMÁRIA



HIPÉRIDES ZANELLO

Doutor em Ciências Físicas e Matemáticas. Catedrático da Faculdade de Engenharia do Paraná, do Instituto de Química do Paraná, da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras. Professor de Ciências Paranaenses e do Colégio Iguaçu. Sócio efetivo do Instituto Histórico e Geográfico Paranaense.

★

# ARITMÉTICA PRIMÁRIA

*Obra oficialmente adotada no  
Distrito Federal, Bahia, Paraná, etc.*

3.ª EDIÇÃO

*Zanelli*

COMPANHIA EDITORA NACIONAL  
SÃO PAULO - RIO DE JANEIRO - RECIFE - PORTO ALEGRE  
1941

Exemplar Nº 5489



DO MESMO AUTOR

*Elementos de Geometria e Desenho Linear* (curso primário) - 4.<sup>a</sup> edição.

*Ciências Físicas e Naturais* (curso primário) - 6.<sup>a</sup> edição.

*Física* - 3.<sup>a</sup> série ginasial - 2.<sup>a</sup> edição.

*Ciências Físicas e Naturais* - 1.<sup>a</sup> série ginasial - 7.<sup>a</sup> edição.

*Física* - 4.<sup>a</sup> série ginasial.

*Física* - 5.<sup>a</sup> série ginasial (em preparação).

*Ciências Físicas e Naturais* - 2.<sup>a</sup> série ginasial - 6.<sup>a</sup> edição.

Edições da  
COMPANHIA EDITORA NACIONAL  
São Paulo

Ao meu eminente mestre

**DR. FRANCISCO MARTINS FRANCO**  
Catedrático da Faculdade de Medicina do Paraná,

Consagra.

Ao brilhante clínico e amigo

**DR. ARMANDO PETRELLI,**

Ofereço.



## Preliminares

**Noção de grandeza.** — Chama-se *grandeza* a tudo aquilo que pode aumentar ou diminuir. *Exemplos* : o *conjunto* de carteiras, mapas, alunos, etc., de uma sala de aula, o *comprimento* de uma estrada, o *pêso* de um saco de farinha, a *duração* de uma aula, etc.

As grandezas distinguem-se em *contínuas* e *descontínuas*.

As grandezas *contínuas* constituem um conjunto homogêneo e podem ser aumentadas ou diminuídas de partes tão pequenas como se queira. *Exemplos* : o comprimento de uma estrada, o pêso de um saco de farinha, a duração de uma aula, etc.

As grandezas *descontínuas* são constituídas por coleções de objetos distintos e não podem ser aumentadas ou diminuídas de partes tão pequenas como se queira. *Exemplo* : o conjunto de carteiras, mapas, alunos, etc. de uma sala de aula.

Para se fazer idéa exata de uma grandeza *contínua* é preciso *medi-la*, isto é, compará-la com outra conhecida e da mesma espécie, denominada *unidade*.

Para se ter idéa exata de uma grandeza *descontínua*, é necessário contar os objetos que formam a sua coleção. Um desses objetos é a *unidade*.



E' assim que quando se quer avaliar o comprimento de uma estrada, procura-se saber quantos metros, decâmetros, etc. elle contém; no passo que, quando se quer conhecer o número de carteiras, mapas, alunos, etc. de uma sala, é necessário contá-los.

Portanto, *unidade* é uma grandeza conhecida, com a qual se comparam as outras da mesma espécie, que se medem ou contam.

Na medida das grandezas contínuas, a unidade é da mesma espécie que a grandeza que se quer medir, mas geralmente *arbitrária*. E' assim que, na medida do comprimento de uma estrada, a unidade empregada pode ser o metro, decâmetro, etc., mas sempre representando comprimento.

Nas grandezas descontínuas, a unidade é um ser ou coleção de séres da mesma espécie dos que se contam. E' assim que, quando se contam os alunos de uma sala, a unidade é um aluno, ou uma coleção de alunos, como dezenas, centenas, etc.

**Noção de número.** — Da avaliação das grandezas contínuas e descontínuas resulta a noção de número. Assim, quando se contam os alunos de uma sala de aula, tomando *um aluno* como unidade e encontram-se 32 alunos, 32 é o número resultante desta avaliação. Do mesmo modo, quando se avalia o comprimento de uma estrada, tomando o quilômetro como unidade e acham-se 12 quilômetros, 12 é o número resultante dessa medida.

Portanto, *número* é o resultado da comparação de uma grandeza com a sua unidade. O número pode ser *inteiro*, *fração* e *misto*.

**Número inteiro** é aquele que resulta da avaliação de uma grandeza que contém a unidade uma ou mais vezes exatamente. *Exemplo*: vinte e oito metros, trinta e cinco alunos, etc.

**Fração** é o número que designa uma ou mais partes de uma unidade dividida em qualquer número de partes iguais. Quando a unidade é, por exemplo, uma laranja, e esta for dividida em 6 partes iguais (sextos), o todo formado por 5 dessas partes é uma grandeza que, avaliada tomando como unidade uma laranja, dá o número *cinco sextos*.

**Número misto** é o que resulta da avaliação de uma grandeza maior que a unidade, mas que não contém esta uma ou mais vezes exatamente. E' um número que contém uma ou mais vezes a unidade e uma ou mais partes dela. *Exemplo*: duas horas e três quartos, etc. O número misto, como vemos, é formado de um número inteiro mais uma fração.

**Números abstratos e concretos.** — Os números, conforme se faz ou não abstração do conjunto, podem ser abstratos ou concretos.

**Número abstrato** é o que não indica a espécie de unidade a que se refere. *Exemplo*: 7 unidades.

**Número concreto** é o que vem seguido do nome da unidade a que se refere. *Exemplo*: 15 alunos.

**Formação dos números.** — *Um* ou a *unidade* é o menor número inteiro. Juntando um a si mesmo, obtém-se outro número inteiro, que aumentado de um, dá outro número inteiro, e assim por diante. Continuando da mesma maneira, formamos uma série de números inteiros, numa ordem determinada,



que poderemos prolongar à vontade. Tais números inteiros, formados numa determinada ordem, constituem a *série natural dos números inteiros abstratos*, que é, como se vê, *ilimitada*.

## NUMERAÇÃO

A princípio, dava-se a cada número da série natural um nome especial e cada um era representado por um sinal gráfico também especial. Novos números foram sendo empregados, com o progresso das relações entre os povos, e não era mais possível então empregar nomes e sinais gráficos arbitrários e diferentes para enunciar e representar todos os números usados. Mesmo assim, não era possível reter de memória tão grande número de denominações e símbolos.

A essa numeração *espontânea* ou *natural* sucedeu-se a numeração *sistemática* ou *regular*, isto é, o sistema de numeração.

Assim, a numeração é o conjunto de regras e artifícios que permitem a enunciação e a representação dos números por meio de poucos nomes e pequeno número de sinais convencionais, convenientemente combinados.

Divide-se portanto em duas partes: *numeração falada* e *numeração escrita*. A primeira trata da enunciação dos números por meio de pequeno número de nomes, a segunda, de sua representação, por meio de poucos sinais, combinados convenientemente.

Os sinais gráficos empregados na representação dos números chamam-se *algarismos*. Exemplo: o sinal 5.

Chama-se *sistema de numeração* ao conjunto de números formados segundo determinadas convenções.

Um sistema de numeração caracteriza-se pela sua base, de que toma o nome. A base de um sistema de numeração é o número de algarismos empregados, neste sistema, para representar todos os números possíveis.

Dentre os sistemas de numeração, o que está universalmente adotado, é o *sistema decimal*, isto é, aquele cuja base é o número dez. Por esta razão só dele nos ocuparemos a seguir.

## NUMERAÇÃO FALADA

A unidade só recebe a denominação de *um*. Juntando a unidade a si mesma, isto é, um a um obtém-se o número *dois*; continuando a juntar a unidade ao último número formado, resultam os números: *três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove*.

Estes nove primeiros números são as *unidades simples* ou *unidades de primeira ordem*.

Juntando-se ao número nove uma unidade, resulta o número *dez*. No sistema decimal de numeração, convencionou-se que a coleção destas dez unidades simples forma uma unidade de ordem imediatamente superior, que recebeu a denominação de *dezena*. A dezena é, assim, a *unidade de segunda ordem* e vale dez unidades simples.



As dezenas formam-se como as unidades simples e temos: *uma dezena, duas dezenas, três dezenas... nove dezenas*. Mas o uso consagrou as seguintes denominações: *dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa*.

A expressão dos números compreendidos entre duas dezenas consecutivas, obtém-se juntando às palavras *dez, vinte, trinta... noventa*, os nomes dos nove primeiros números. E tem-se: *dez e um, dez e dois, dez e três, dez e quatro, dez e cinco, dezesseis, dezessete... vinte e um, vinte e dois... trinta e um, trinta e dois, etc.* O uso, porém, consagrou: *onze, doze, treze, quatorze, quinze*, em lugar de *dez e um, dez e dois... dez e cinco*.

Juntando-se a noventa e nove uma unidade, tem-se uma reunião de dez dezenas e que toma o nome de *cem*. Mas de acôrdo com a convenção, a reunião destas dez dezenas ou unidades de segunda ordem constitue uma nova unidade de ordem imediatamente superior, que tomou a denominação de *centena*. Portanto, a centena é a unidade de terceira ordem e vale dez dezenas ou unidades de segunda ordem, *cem unidades*.

Contam-se as centenas como as unidades.

O uso consagrou as denominações *cem, duzentos... novecentos*, em lugar de uma centena, duas centenas... nove centenas.

Para exprimir os números compreendidos entre duas centenas consecutivas, juntam-se às palavras *cem, duzentos... novecentos*, os nomes dos noventa

e nove primeiros números. E tem-se: *cento e um, cento e dois... duzentos e um, duzentos e dois... e assim por diante até novecentos e noventa e nove*.

Para exprimir os números maiores do que os considerados seria necessário empregar nomes diferentes para designar as novas ordens. Mas como simplificação, grupamos as ordens três a três e formamos as classes.

O conjunto das três primeiras ordens, *unidades simples, dezenas de unidades, e centenas de unidades* forma a primeira classe dos números ou classe das *unidades simples*. Juntando-se ao número *novecentos e noventa e nove* uma unidade, obtém-se o número *mil*. E' uma reunião de dez centenas e de acôrdo com a convenção a reunião dessas dez centenas ou unidades de terceira ordem forma uma unidade de ordem imediatamente superior, a que se chamou *milhar*. Assim, o milhar é a unidade de quarta ordem e vale dez centenas, *cem dezenas, mil unidades*.

Formam-se os milhares como as unidades simples, repetindo sucessivamente entre um número de mil e o seguinte, todos os números inferiores. Assim, tem-se: *um mil, dois mil... nove mil, dez mil... noventa e nove mil, cem mil... até o número novecentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove unidades*.

Dez unidades da quarta ordem ou unidades de milhar formam uma *dezena de milhar* ou unidade de quinta ordem; dez dezenas de milhar ou unidades



de quinta ordem constituem uma *centena de milhar* ou *unidade de sexta ordem*. As três ordens, *unidades, dezenas e centenas de milhar*, constituem a *segunda classe dos números* ou *classe dos milhares*.

Novescentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove unidades juntando um, obtém-se mil milhares ou um *milhão*. É uma coleção de dez centenas de milhar, que, conforme a convenção, constituem uma unidade de ordem imediatamente superior. Portanto, o *milhão* é a *unidade de sétima ordem* e vale mil milhares, um milhão de unidades. Dez unidades de milhão formam uma *dezena de milhão* ou *unidade de oitava ordem*; dez dezenas de milhão constituem uma *centena de milhão* ou *unidade de nona ordem*. Estas três ordens, *unidades, dezenas, e centenas de milhão*, formam a *terceira classe dos números* ou *classe dos milhões*.

Da mesma maneira, dez unidades de bilhão constituem uma *dezena de bilhão* ou *unidade de décima ordem*; dez dezenas de bilhão formam uma *centena de bilhão* ou *unidade de décima primeira ordem*. As três ordens, *unidades, dezenas, e centenas de bilhão*, formam a *quarta classe dos números* ou *classe dos bilhões*. E assim por diante, para as classes dos *trilhões, quadrilhões, etc.*

Formam-se os milhões, bilhões, etc. como os milhares.

O quadro abaixo contém as classes formadas pelas doze primeiras ordens.

Primeira ordem : unidades	} de unidades . . . primeira classe
segunda ordem : dezenas	
terceira ordem : centenas	

quarta ordem :	unidades	} de milhar . . . segunda classe
quinta ordem :	dezenas	
sexta ordem :	centenas	
sétima ordem :	unidades	} de milhão . . . terceira classe
oitava ordem :	dezenas	
nona ordem :	centenas	
décima ordem :	unidades	} de bilhão . . . quarta classe etc.
décima primeira ordem :	dezenas	
décima segunda ordem :	centenas	

**Observações.** — De acôrdo com o que precede observa-se que se consegue dar nomes a todos os números por meio de um pequeno número de palavras, convenientemente combinadas, empregando um artifício e um princípio convencional.

1.<sup>a</sup> As palavras empregadas são : *um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, cem, mil, milhão, bilhão, etc.*

2.<sup>a</sup> O artifício empregado consiste em agrupar as diversas ordens, três a três, para formar *classes de unidades*. Assim, temos *unidades, dezenas e centenas de unidades simples*; *unidades, dezenas e centenas de milhar*; etc.

3.<sup>a</sup> **Princípio convencional.** — *Dez unidades de uma ordem qualquer formam uma unidade de ordem imediatamente superior.*

Assim :

dez unidades simples	formam uma dezena ;
dez dezenas	formam uma centena ;
dez centenas	formam uma unidade de milhar ;
dez unidades de milhar	formam uma dezena de milhar ;
dez dezenas de milhar	formam uma centena de milhar ;
dez centenas de milhar	formam uma unidade de milhão ; etc.



## NUMERAÇÃO ESCRITA

Na representação dos números empregam-se somente dez sinais gráficos (*algarismos*), que têm a forma seguinte :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Denominam-se respectivamente :

*Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, zero.*

Os nove primeiros algarismos representam os nove primeiros números e recebem, como vemos, os mesmos nomes.

Os nove primeiros algarismos bastam para representar unidades de qualquer ordem, pois cada uma delas pode ter de uma a nove unidades. Para isso é necessário que esses sinais sejam convenientemente combinados, o que se conseguiu empregando o seguinte

**Princípio fundamental.** — *Todo algarismo escrito à esquerda de outro representa unidades dez vezes maiores do que se estivesse escrito no lugar desse outro.* Dessa maneira, partindo da direita, o primeiro algarismo representa unidades simples, o segundo dezenas, o terceiro centenas, o quarto unidades de milhar, e assim por diante.

Assim, o número *quinhentos e oitenta e sete*, que é formado de sete unidades simples, oito dezenas e cinco centenas, será escrito da seguinte maneira :

Mas, como veremos a seguir, para aplicar o princípio fundamental da numeração escrita, em todos os casos que se apresentam, teve-se necessidade de inventar um décimo algarismo — o símbolo 0 (zero) — que não representa valor algum, mas serve para ocupar o lugar das ordens de unidades que faltam em um número, e determinar a colocação dos algarismos que lhe ficam à esquerda, de acordo com as ordens de unidades que devem representar.

Assim, quarenta escreve-se : 40, empregando o zero para preencher a ordem das unidades; duzentos e nove, escreve-se : 209, com o zero para ocupar a ordem das dezenas. O símbolo 0 tornou-se indispensável para que o algarismo 4 representasse unidades de segunda ordem no número quarenta; tornou-se também imprescindível para que o algarismo 2 do número duzentos e nove pudesse representar unidades de terceira ordem.

**Valores dos algarismos.** — Dos dez algarismos arábicos, empregados na numeração escrita, os nove primeiros, isto é, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, recebem a denominação de *algarismos significativos*, pois cada um deles representa um valor; o símbolo 0, que não representa valor algum, chama-se *algarismo insignificativo*.

De acordo com o princípio fundamental, cada algarismo significativo tem dois valores : *absoluto* e *relativo*.

**Valor absoluto** de um algarismo é o valor que ele representa quando está só.

**Valor relativo ou local** de um algarismo é o valor que ele representa, segundo a posição que ocupa no número.

Assim, no número 2485, o valor absoluto do algarismo 8 é oito unidades; o seu valor relativo é oito dezenas.



**Regra para escrever os números.** — Para escrever um número inteiro, escrevem-se, da esquerda para a direita, os algarismos que representam as unidades das diversas ordens, começando pelas de ordem mais alta e substituindo por zeros as unidades das ordens que faltarem.

Assim, o número oito milhões quatrocentos e três mil e oito unidades, escreve-se: 8403008.

**Regra para ler os números.** — Para ler um número inteiro, divide-se em classes de três algarismos, a partir da direita, podendo a última da esquerda conter um, dois ou três algarismos; em seguida, lê-se separadamente cada classe, da esquerda para a direita, dando-se a cada uma o nome que lhe compete.

Assim, lê-se o número 4 508 072 como segue: quatro milhões quinhentos e oito mil e setenta e duas unidades.

**Observações.** — 1.ª) O valor de um número inteiro não se altera colocando-se um ou mais zeros à sua esquerda.

Seja o número 27. Colocando-se à sua esquerda um zero, por exemplo, tem-se 027, cujos algarismos têm o mesmo valor relativo que os do número dado.

2.ª) Colocando-se um, dois, três, etc. zeros à direita de um número inteiro, obtém-se um número dez, cem, mil, etc. vezes maior.

Assim:

150 é dez	vêzes maior que	15
1500 é cem	" "	15
15000 é mil	" "	15
etc.	" "	"

3.ª) Os números que se representam com um único algarismo denominam-se *números simples*. Ex.:

2, 5, 8, etc. Os números cuja representação exige mais de um algarismo chamam-se *compostos*. Ex. 28, 425, 302, etc.

## EXERCÍCIOS.

Escrever com algarismos os seguintes números:

1. Dois, quatro, cinco, sete, oito, um, três, nove
2. Vinte e cinco, trinta e oito, quarenta e dois, cinquenta e seis
3. Sessenta e sete, setenta e um, oitenta e oito, noventa
4. Cento e seis, cento e quinze, cento e vinte e cinco, cento e quarenta
5. Duzentos e oito, trezentos e cinquenta e dois, quatrocentos, quatrocentos e oito
6. Quinhentos e cinquenta e quatro, seiscentos, setecentos e vinte e um
7. Oitocentos e trinta e nove, novecentos e sete, novecentos e quarenta
8. Mil e dois, mil e vinte e cinco, mil quatrocentos e oitenta e sete
9. Dois mil e oito, três mil e cinquenta e nove, cinco mil cento e trinta
10. Oito mil e cinquenta, dez mil e um, quinze mil cento e vinte e oito
11. Vinte e cinco mil duzentos e vinte e sete, cinquenta e oito mil e dezenove
12. Trezentos e vinte e cinco mil oitocentos e sete, quinhentos mil e noventa
13. Quatrocentos mil e três, quinhentos mil e oito, dois milhões duzentos mil e trinta e dois
14. Três milhões três mil e três, cinco milhões cento e vinte e cinco mil



15. Oito milhões cinco mil e vinte e oito, cento e doze milhões quinze mil e seis.

16. Quinhentos e oitenta e quatro milhões cento e oito mil duzentos e cinquenta e quatro, trezentos e um milhões mil e nove.

17. Um bilhão dois milhões mil e dezenove, cinco bilhões quatrocentos e vinte e oito mil e sete.

18. Doze bilhões oito milhões cento e dois mil quatrocentos e quatro, vinte e cinco bilhões quatro milhões e doze.

19. Cinco trilhões quinze bilhões quatro milhões oitenta e nove mil e vinte e cinco.

20. Doze trilhões cento e vinte e cinco milhões e sete.

Ler os seguintes números :

1. 3, 6, 8, 4, 2, 10, 15, 18, 21, 27, 30, 36, 40, 45, 52

2. 58, 60, 64, 70, 72, 78, 81, 88, 90, 92, 98

3. 100, 205, 210, 318, 435, 563, 621, 710, 843, 902, 908, 963, 981

4. 1012, 2002, 3151, 4039, 5687, 6403, 7508, 8012, 9007, 10005.

5. 28015, 37000, 47456, 58300, 77007, 77077, 77777, 100004

6. 200058, 308009, 400500, 524318, 674006, 4000058, 6070029

7. 2000004, 3008015, 5007148, 8020045, 9054206, 68456789

8. 89453217, 91005002, 90005460, 200006004, 530008009, 608506594.

9. 960054721, 954823105, 555005005, 555000555, 50555555, 500055005

10. 2004500308, 4504865709, 8375200005, 1342576908, 12345678901

## NUMERAÇÃO ROMANA

Os romanos empregavam, em sua numeração, como algarismos, sete letras maiúsculas do alfabeto latino, com as quais representavam os números usando pequeno número de regras.

A representação dos números por meio de algarismos romanos não apresenta vantagens práticas, contudo é utilizada em certos casos: na designação dos capítulos de um livro, na inscrição de datas, nos mostradores dos relógios, na cronologia dos reis, dos papas, etc.

As sete letras maiúsculas, empregadas como algarismos romanos, e os seus respectivos valores, são:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Os algarismos romanos combinam-se de acordo com as regras seguintes, para representar os números:

1.ª) Se letras semelhantes estão escritas umas em seguida às outras, somam-se os seus valores. Exemplos:

III	XX	CC	MM
3	20	200	2000

2.ª) Se uma letra está escrita à esquerda de outra de valor maior, subtrai-se o valor da primeira do da segunda. Exemplos:

IV	IX	XL	CD	CM
4	9	40	400	900



3\*) O valor de uma letra escrita à direita de outra de valor maior, soma-se ao valor dessa outra. Exemplos:

XI	LX	DC	MC
11	60	600	1100

4\*) Se uma letra colocada entre duas outras, tem valor menor do que estas, subtrai-se do valor da que lhe fica à direita e soma-se o resto ao valor da que lhe fica à esquerda. Exemplos:

XIV	CXL	CXC
14	140	190

5\*) Para tornar o valor de um número, representado em algarismos romanos, mil, um milhão, etc. de vezes maior coloca-se, um, dois, etc. traços horizontais sobre ele. Exemplos:

XVI	$\overline{\text{XVI}}$	XII	$\overline{\overline{\text{XII}}}$
16	16000	12	12000000

Observação. — Dos sete caracteres empregados na numeração romana, somente quatro podem ser repetidos no mesmo número, mas até três vezes no máximo. São:

I, X, C, M

Os outros três algarismos romanos V, L e D, nunca se repetem no mesmo número.

### EXERCÍCIOS.

Representar com algarismos romanos os números seguintes:

3 - 5 - 8 - 9 - 10 - 12 - 15 - 17 - 19 - 25 - 27 - 37 - 42 - 53  
72 - 84 - 96 - 103 - 115 - 132 - 183 - 215 - 342 - 718 - 863  
974 - 999 - 1600 - 1720 - 1782 - 1823 - 1824 - 1889 - 1920  
2350 - 15152 - 128326

Representar com algarismos arábicos os seguintes números:

III - VII - XIII - XV - XVI - XIX - XXXIV - XLI -  
LIX - LXIV - LXXXVIII - XC - XCIV - CCC - CCCXVIII  
- D - CDXLV - DLVIII - DCI - DCCLXXVI - CMII -  
MCC - MD - MDCXIV - MDCCCLXXIX - MDCCXL -  
MCMIV - MCMXXIV -  $\overline{\text{XII}}$ DLXVI - MMMCCXCIV -  
 $\overline{\text{CXXXV}}$ DXIV



## Operações sobre os números inteiros

*Operações* são as diversas maneiras de compor e decompor os números.

Dividem-se, pois, em operações de *composição* (adição, multiplicação e potenciação), e operações de *decomposição* (subtração, divisão e radiciação).

Dessas seis operações, a adição, subtração, multiplicação e divisão são denominadas *fundamentais*, pois que nelas recaem tôdas as outras.

**Principais sinais.** — Os principais sinais empregados em aritmética são :

O sinal de *adição* (+) : lê-se *mais*

Ex :  $5 + 4$  lê-se : 5 mais 4

O sinal de *subtração* (—) : lê-se *menos*.

Ex :  $7 - 3$  lê-se : 7 menos 3

O sinal de *multiplicação* (X) : lê-se *multiplicado por*.

Ex. :  $3 \times 8$  lê-se : 3 multiplicado por 8

O sinal de *divisão* (÷) : lê-se *dividido por*

Ex. :  $15 \div 5$  lê-se : 15 dividido por 5.



O sinal de igualdade (=): lê-se igual a. (1)

Ex.:  $11 + 6 = 17$ , lê-se: 11 mais 6 igual a 17

O sinal  $>$  lê-se maior do que.

Ex.:  $5 + 2 > 4$ ; lê-se: 5 mais 2 maior do que 4

O sinal  $<$  lê-se menor do que.

Ex.:  $4 + 8 < 13 + 7$ ; lê-se: 4 mais 8 menor do que 13 mais 7.

Os dois últimos são sinais de desigualdade.

**Problema.** — Chama-se problema a toda questão a resolver. Em aritmética, problema é uma questão em que se procura determinar um ou mais números desconhecidos por meio de outros números dados. Ex.: Sabendo que um quilo de café custa 2\$600, determinar o custo de 155 quilos.

Resolver um problema é determinar os números desconhecidos por meio dos números dados. Na resolução de um problema têm-se duas partes: a solução e o cálculo.

Solução de um problema é a indicação das operações que se devem realizar.

Cálculo é a execução das operações indicadas na solução.

## ADIÇÃO

Adição é a operação que tem por fim determinar um número que reúne em si todas as unidades contidas em dois ou mais números dados

(1) A expressão escrita à esquerda do sinal = chama-se primeiro membro, a que se acha à direita, segundo membro da igualdade.

Para indicar a adição emprega-se o sinal +, que se lê: mais.

Os números dados para somar chamam-se parcelas ou termos da adição; o resultado obtido tem o nome de soma ou total.

Exemplo:

$$4 + 7 = 11,$$

4 e 7 são as parcelas e 11, a soma

Na adição de números inteiros, podemos considerar dois casos:

1.º Adição de dois números simples.

2.º Adição de números quaisquer.

1.º caso. — Para somar dois números simples, junta-se sucessivamente a um deles cada uma das unidades que formam o outro

Assim, para somar 8 e 3, juntam-se ao número 8, uma a uma, as unidades que constituem o número 3. Diz-se 8 mais 1, 9; mais 1, 10; mais 1, 11. Assim, a soma dos números dados é 11.

Na prática, opera-se com mais rapidez e facilidade guardando de memória os resultados das adições de dois números simples quaisquer.

Os resultados podem ser obtidos pela seguinte tabuada de adição:



# TABUADA DE ADIÇÃO

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Para organizar esta tabuada, escrevem-se todos os números inteiros de 0 a 9, na primeira linha horizontal. Obtêm-se os números da segunda linha horizontal, juntando-se uma unidade aos números da primeira. E assim se prossegue até ter escrito dez linhas horizontais consecutivas.

Para se achar na tabuada a soma de dois números simples, procura-se um deles na primeira linha horizontal e o outro na primeira linha vertical; no

## Adição

encontro das duas linhas está o resultado procurado. Na tabela da página anterior está indicado o modo de se obter a soma dos números 4 e 7.

**2.º caso.** — Para somar dois ou mais números quaisquer, emprega-se a seguinte

**Regra.** — Escrevem-se as parcelas dadas, umas debaixo das outras, de modo que as unidades da mesma ordem fiquem na mesma linha vertical e traça-se por baixo delas uma linha horizontal. Somam-se, primeiramente, as unidades simples, se a soma não exceder a nove, escreve-se o total como se obtém; se passar de nove escrevem-se somente as unidades e reservam-se as dezenas para reuni-las às da coluna seguinte. Assim se prossegue com todas as outras colunas, até chegar à última da esquerda, debaixo da qual se escreve a soma tal qual se acha.

*Exemplo:* Somemos os números 51, 4783 e 8472

51
4783
8472
13309

Dispõem-se os números dados conforme ficou indicado na regra e diz-se: 4 unidades e 3 unidades são 7, e 2 são 9, escreve-se o número 9 debaixo das unidades, 5 dezenas e 8 dezenas são 13 dezenas, e 7 são 20 dezenas; escreve-se 0 debaixo das dezenas e as vinte dezenas ou duas centenas acrescentam-se à coluna seguinte; 2 centenas de reserva e 7 centenas são 9 e 4 são 13; escreve-se 3 debaixo das centenas e tomam-se 1 de reserva, que se acrescenta à coluna seguinte, 1 unidade de milhar e 4 são 5 e 8 são 13 unidades de milhar; escreve-se 13. A soma é 13309.



**Prova.** — Chama-se *prova* a uma operação que se realiza para verificar a exatidão do resultado de outra já efetuada. A prova não oferece completa segurança sobre a exatidão da operação que se verifica, mas somente uma probabilidade de que a operação dada está certa.

Na adição podemos empregar as provas seguintes:

1.ª) Consiste em efetuar a adição em sentido inverso, isto é, debaixo para cima, se a operação foi efetuada de cima para baixo, e viceversa.

2.ª) Prova dos 9, dos 3, etc.

**Observação.** — Em muitos casos, a adição pode ser realizada abreviadamente, com auxílio do cálculo mental.

### Exercícios.

Efetuar mentalmente as seguintes adições:

1. $8+15+4$	R. 27	6. $58+62+35+21$	R. 176
2. $18+25+7$	R. 50	7. $56+72+64+23$	R. 215
3. $27+28+12$	R. 67	8. $105+130+40$	R. 275
4. $35+22+37$	R. 94	9. $240+150+17$	R. 437
5. $43+52+31$	R. 126	10. $304+120+102$	R. 526

Efetuar as seguintes adições:

1. $47+72+35$	R. 154
2. $84+322+407$	R. 813
3. $302+547+628+700$	R. 2177
4. $858+972+1241+725$	R. 3796
5. $1220+3852+627+842$	R. 6541
6. $2160+3782+2140+24$	R. 8106

7. $3811+4522+2338+894$	R. 11565
8. $4507+3084+158+12197$	R. 19946
9. $15777+20341+13425+2004$	R. 51547
10. $17524+6725+1001+128007+5402$	R. 191659

### PROBLEMAS.

1. Um auto fez uma viagem em 5 dias: no 1.º dia fez 189 km, no 2.º 218, no 3.º 236, no 4.º 97, e no 5.º 178. Que distância percorreu em toda a viagem?

R. 918 km

2. Que importância junta em 4 meses uma pessoa que guarda no 1.º mês 78\$400, no 2.º 129\$000, no 3.º 187\$300 e no 4.º 219\$500?

R. 614\$400

3. Uma senhora saiu a fazer compras, sem saber que importância levava na bolsa; voltando a casa queria saber quanto gastou, lembrando-se que comprou frutas na importância de 78\$00, fazendas no valor de 78\$600, flores no de 12\$000 e brinquedos por 27\$300. Quanto gastou?

R. 125\$900

4. Uma pessoa nascida no ano de 1887 em que ano se casou, sabendo-se que realizou esse ato com a idade de 28 anos?

R. 1915

5. Um homem nasceu em 1883, casou-se com a idade de 25 anos, e teve 3 filhas: o 1.º 2 anos depois do casamento, o 2.º 3 anos depois do 1.º e o 3.º 4 anos depois do 2.º filho. Em que ano o 3.º filho terá 12 anos de idade, e nessa data qual será a idade do pai e dos outros irmãos?

R. Em 1929; o pai terá 48 anos; o 1.º filho, 19; e o 2.º, 16.

6. Tendo-se comprado um terreno por 1485\$000 e querendo-se ganhar 780\$000, por quanto se deve vendê-lo?

R. 2265\$000



7. Tendo-se vendido um terreno por 7.695\$000 com um prejuízo de 2.729\$000, por quanto se comprou?

R. 10.624\$000

8. Um aluno ao fazer uma adição, esqueceu-se das reservas, que na casa das unidades eram 2, na das dezenas 1 e na das centenas 2, tendo achado para resultado o número 25532. Qual é o verdadeiro resultado e qual foi o valor do erro cometido?

R. 27652; o erro foi de 2120.

9. Um trem partiu da estação A às 18 horas do dia 15 de setembro. Em que dia e a que horas ele chegou à estação B, tendo gasto na viagem exatamente 85 horas?

R. Dia 19, às 7 horas da manhã

10. Uma pessoa iniciou uma excursão no dia 27 de setembro de 1935 e terminou-a no dia 15 de agosto de 1936. Quantos dias durou essa excursão?

R. 324 dias

11. Na primeira semana do mês, um indivíduo colocou 70\$000 na Caixa Econômica, continuou depositando, em cada semana seguinte, 10\$000 mais do que na anterior. Quanto depositou no fim do mês?

R. 340\$000

12. A superfície do Estado do Paraná é de 200000km<sup>2</sup> aproximadamente. Qual é a superfície do Estado de São Paulo, sabendo-se que este mede 47300km<sup>2</sup> mais do que aquele?

R. 247300 km<sup>2</sup>.

13. Entre as estrelas visíveis a olho nu contam-se 20 de 1.<sup>a</sup> grandeza, 85 de 2.<sup>a</sup>, 190 de 3.<sup>a</sup>, 425 de 4.<sup>a</sup>, 1100 de 5.<sup>a</sup> e 3200 de 6.<sup>a</sup>. Quantas são as estrelas que se vêem a olho nu?

R. 5000 estrelas

14. Em quantos milhões de habitantes calcula-se a população do globo terrestre, sabendo-se que a da Ásia é ava-

lada em 1100000000, a da Europa 506000000, a da América 250000000, a da África 150000000 e da Oceania 10000000?

R. 2016000000 de habitantes

15. Qual é a superfície aproximada do globo terrestre, sabendo-se que a da Ásia mede 44000000 de km<sup>2</sup>, a da América em 42000000, a da África em 29000000, a da Europa em 10000000, a da Oceania em 9000000 e, finalmente, a da Antártida em 5000000?

R. 189000000km<sup>2</sup>

## SUBTRAÇÃO

Subtração é a operação que tem por fim, sendo dadas a soma de duas parcelas e uma delas, determinar a outra.

Para indicar a subtração, emprega-se o sinal  $-$ , que se lê: *menos*.

Os números dados na subtração chamam-se *termos*: o maior denomina-se *minuendo* e o menor *subtraendo*. O resultado da subtração chama-se *resto*, *excesso* ou *diferença*.

Exemplo:

$$9 - 5 = 4,$$

9 e 5 são os termos, 9 é o minuendo, 5 o subtraendo e 4 o resto, excesso, ou diferença.

Na subtração de números inteiros podemos considerar dois casos:

1.<sup>o</sup>) Subtração de um número simples de outro simples, ou de um composto resultando um número simples



2.º) Subtração de um número simples de um composto, resultando um número composto ou subtração de dois números compostos quaisquer.

1.º caso. — Tira-se sucessivamente do minuendo cada uma das unidades que constituem o subtraendo.

Assim, para subtrair 3 de 9, tira-se do número 9, uma a uma as unidades que formam o número 3. Diz-se 9 menos 1, 8; menos 1, 7; menos 1, 6. Portanto, o resultado da subtração proposta é 6.

Na prática, opera-se com mais rapidez e facilidade guardando os resultados dessas subtrações de memória.

Esses resultados podem ser obtidos pela *tabuada da adição*. Para se achar o resultado da subtração de dois números na tabuada, procura-se o subtraendo na primeira linha vertical, por exemplo, segue-se para a direita até encontrar o minuendo; na extremidade superior da coluna em que está o minuendo encontra-se o resto.

2.º caso. — Neste caso, emprega-se a seguinte

**Regra.** — Escreve-se o subtraendo debaixo do minuendo, de modo que as unidades da mesma ordem fiquem na mesma coluna vertical, e traça-se por baixo dos termos uma linha horizontal. A partir da direita, subtraem-se sucessivamente as unidades das diversas ordens do subtraendo das unidades correspondentes do minuendo. Se o número de unidades de uma certa ordem do subtraendo for maior do que o número de unidades correspondentes do minuendo, juntam-se a este

dez unidades da mesma ordem, efetua-se a subtração, e considera-se a ordem do minuendo situada imediatamente à esquerda, diminuída de uma unidade.

**Exemplo:** Seja subtrair o número 2586 de 7349

$$\begin{array}{r} 214 \\ 7349 \\ - 2586 \\ \hline 4763 \end{array}$$

Escrevem-se os dois números, conforme indica a regra, e começa-se a operação da direita para a esquerda, dizendo-se: 9 menos 6, 3; escreve-se 3 debaixo das unidades, 4 menos 8, não é possível. Somam-se 10 a 4 e diz-se: 14 menos 8, 6, escreve-se 6 debaixo das dezenas. A ordem das centenas do minuendo fica diminuída de 1; diz-se, depois: 2 menos 5 não é possível, acrescentam-se 10 a 2 e de 12 tiram-se 5, e tem-se 7; escreve-se o algarismo 7 debaixo das centenas. A ordem das unidades do milhar do minuendo ficou desfalecida de uma unidade, e diz-se: 0 menos 2, 4, escreve-se 4 debaixo das unidades de milhar.

**Provas.** — Na subtração podemos empregar as seguintes provas:

1.ª) Consiste em somar o subtraendo com o resto. Se essa soma for igual ao minuendo, admite-se que a operação dada está certa.

2.ª) Prova dos 9, dos 8, etc.

**Observação.** — Em certos casos, a subtração pode ser feita abreviadamente, empregando-se o cálculo mental.



## EXERCÍCIOS

Efetuar mentalmente as seguintes subtrações:

1. 25 - 12	R. 13	6. 92 - 27	R. 65
2. 58 - 38	R. 20	7. 143 - 15	R. 128
3. 65 - 41	R. 24	8. 154 - 75	R. 79
4. 72 - 17	R. 55	9. 871 - 182	R. 689
5. 81 - 35	R. 46	10. 1106 - 807	R. 299

Efetuar as subtrações seguintes:

1. 2527 - 172	R. 2055	6. 28702 - 12527	R. 16175
2. 2932 - 786	R. 1246	7. 150012 - 15775	R. 134447
3. 2517 - 031	R. 1586	8. 3787005 - 296512	R. 3290493
4. 5272 - 891	R. 1358	9. 1290035 - 888899	R. 3311136
5. 14007 - 8952	R. 5055	10. 20105678 - 4906359	R. 15199289

Calcular o valor das expressões seguintes:

1. $7 + 11 - 3 + 8 - 6 - 9$	R. 8
2. $5 + 9 - 4 - 3 - 1 + 15 - 10 + 7$	R. 18
3. $15 + 12 - 9 - 21 + 18 - 3 + 19 - 25$	R. 3
4. $32 + 6 + 18 - 54 - 32 + 42 + 27 - 8$	R. 30
5. $17 + 82 - (15 + 3 + 8) - 4 + 15$	R. 81
6. $2 - 15 - (7 + 8 - 4) + 16 + 54$	R. 46
7. $18 + 32 + 7 + (4 - 8 + 35) - 9 - 35$	R. 11
8. $182 - (30 + 18 + 72 - 25) + 12 - 68 - (4 + 27) + 38$	R. 16
9. $524 + 325 - (427 + 125 - 89) + 127 - (15 + 72)$	R. 126
10. $3425 - (1254 + 825 + 27) - 425 - (127 + 200 - 300)$	R. 867

## PROBLEMAS.

1. Quantos anos viveu D. Pedro II, sabendo-se que ele nasceu em 1825 e faleceu em 1891?
- R. 66 anos

## Subtração

2. Com a idade de 32 anos um pai teve um filho. Que idade tinha o filho quando o pai tinha 50 anos?

R. 18 anos

3. Dois irmãos têm respectivamente 23 anos e 31 anos de idade. Que idade terá o mais moço quando o mais velho tiver 40 anos?

R. 38 anos

4. Comprei uma casa por 87.500\$000 e vendi por 110.000\$000. Que lucro tive no negócio?

R. 22.500\$000

5. Vendi por 72.500\$000 uma casa que comprei por 80.000\$000. Que prejuízo tive no negócio?

R. 7.500\$000

6. Vendi uma casa por 25.000\$000 ganhando no negócio 7.850\$000. Por quanto comprei?

R. 17.150\$000

7. Perdi na venda de uma casa que comprei por 30.000\$000, 8.800\$000. Por quanto vendi?

R. 21.200\$000

8. Um aluno ao fazer uma adição, tomou sempre nas reservas de cada coluna, uma unidade a mais do que devia, repetindo esse engano na casa das unidades, das dezenas, das centenas e dos milhares, tendo achado o resultado 110015. Qual será o verdadeiro resultado?

R. 98905

9. Um trem partiu da estação A às 7 horas da manhã e chegou à estação B às 2 horas da madrugada do dia seguinte. Quantas horas viajou?

R. 19 horas

10. Eu tinha a importância de 2.000\$000 no bolso, e depois de fazer diversos pagamentos fiquei ainda com 821\$000, qual foi a importância total dos pagamentos efetuados?

R. 1.179\$000



11. A diferença entre dois números é 208 e o maior deles, 315. Qual é o menor? R. 107.

12. A soma de dois números é 18526 e um deles, 3084. Qual é o outro? R. 15442

13. O ponto culminante da Terra é o monte Everest, situado na cordilheira do Himalaia (Ásia), com 8840 metros, e o pico Barreira, situado na serra da Chibata (Minas Gerais), com 2950 metros, é o ponto mais alto do Brasil. Qual é a diferença de altura entre esses dois pontos? R. 5890 metros.

14. Os 371000000 km<sup>2</sup> que representam a superfície das águas que cobrem o globo terrestre estão assim distribuídos: 157100000 para o Pacífico, 90000000 para o Atlântico, 70000000 para o Índico, 14000000 para o Glacial Antártico e o restante para o Glacial Ártico. Qual é a superfície deste último? R. 10000000 km<sup>2</sup>

15. A população do Brasil Meridional, que compreende os Estados de São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul, é calculada em 12800000 habitantes. Qual é a população do Estado do Paraná, sabendo-se que as dos outros três são respectivamente de 7300000, 1100000, e 3300000 habitantes? R. 1100000 habitantes

## MULTIPLICAÇÃO

*Multiplicação* é a operação que tem por fim, dados dois números, determinar um terceiro, que se forme do primeiro como o segundo se formou da unidade.

Para indicar a multiplicação, emprega-se o sinal X, que se lê *multiplicado por* ou *vêzes*.

O resultado da operação chama-se *produto* e os números dados para multiplicar, *fatores*. O primeiro, elemento de formação do produto, é o *multiplicando*, o fator que mostra como o produto se forma do multiplicando, chama-se *multiplicador*.

Exemplo

$$7 \times 8 = 56$$

7 e 8 são os fatores, 7 é o multiplicando, 8 o multiplicador e 56 é o produto

No caso em que o multiplicador é número inteiro, a multiplicação também se define:

*Multiplicação* é a operação que tem por fim repetir um número tantas vêzes quantas são as unidades do outro.

Dai se conclue que a multiplicação é um caso particular da adição, isto é, uma soma de tantas parcelas iguais ao multiplicando, quantas são as unidades do multiplicador. Assim,

$$4 \times 5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$

Na multiplicação de números inteiros, consideram-se três casos:

1.º) *Multiplicação de números simples.*

2.º) *Multiplicação de um número composto por um simples.*

3.º) *Multiplicação de números compostos.*

1.º caso. — Para multiplicar dois números simples, basta tomar a soma de tantas parcelas iguais ao multiplicando quantas são as unidades do multiplicador.



Assim, para multiplicar 5 por 7, somam-se 7 parcelas iguais a 5 e tem-se

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$$

Na prática, porém, tornam-se as operações mais rápidas e fáceis retendo de memória os resultados das multiplicações de dois números simples quaisquer. Aliás, esses resultados podem ser obtidos na *tabuada de multiplicar* ou de Pitágoras.

TABUADA DE MULTIPLICAR

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Para construir essa tabela escrevem-se todos os números inteiros de 1 a 9, na primeira linha horizontal. Obtém-se, em seguida, a segunda linha hori-

zontal, somando cada número da primeira a si mesmo; forma-se, depois, a terceira linha horizontal somando os números da segunda com os correspondentes da primeira, obtém-se a quarta linha horizontal, somando-se os números da terceira com os correspondentes da primeira e assim por diante, prosseguindo-se deste modo até a formação da nona linha.

Para se encontrar na tabela o produto de dois números simples, procura-se um dos fatores na primeira linha horizontal e o outro na primeira linha vertical, no encontro das duas linhas está o resultado. Na tabuada da página anterior indicou-se o modo de obter o produto dos números 5 e 8.

**2.º caso.** — Na multiplicação de um número composto por um simples, emprega-se a seguinte

**Regra.** — *Escreve-se o multiplicando e por baixo dele o multiplicador, que se sublinha para separar os fatores do produto; depois, começando da direita para a esquerda, multiplicam-se as unidades de cada ordem do multiplicando pelo multiplicador; se de algum desses produtos resultarem unidades de ordem superior, essas serão reservadas para serem reunidas às da ordem correspondente, até o último produto à esquerda, que se escreve como se obtém.*

**Exemplo:** Seja multiplicar o número 4329 por 5

$$\begin{array}{r} 4329 \\ \times 5 \\ \hline 21645 \end{array}$$



Escrevem-se os fatores, um debaixo do outro, sublinha-se e conclui-se a operação pela direita, dizendo-se: 5 vezes 9 unidades, 45. Escreve-se 5 debaixo das unidades e retém-se 1 dezena; 5 vezes 2 dezenas, 10; com 4 dezenas de reserva, 14. Escreve-se o algarismo 4 debaixo das dezenas e retém-se 1 centena; 5 vezes 3 centenas, 15, com 1 centena de reserva, 16. Escreve-se 6 debaixo das centenas e retém-se 1 unidade de milhar; 5 vezes 4 unidades de milhar 20; com 1 unidade de milhar de reserva, 21. Escreve-se o 1 debaixo das unidades de milhar e o 2 à esquerda desse algarismo.

**3.º caso.** — A multiplicação de dois números compostos, efetua-se com a seguinte

**Regra.** — Escreve-se o multiplicando e por baixo dele o multiplicador, que se sublinha. Em seguida multiplicam-se sucessivamente as unidades de cada ordem do multiplicando, a partir da direita, pelas unidades de cada ordem do multiplicador, e escreve-se cada produto parcial de modo que o primeiro algarismo da direita fique na mesma coluna que o algarismo do multiplicador que serviu para formá-lo. Somam-se os produtos parciais obtidos e tem-se o produto total.

**Exemplo.** Seja multiplicar 458 por 275

$$\begin{array}{r} 458 \\ 275 \\ \hline 2290 \\ 3206 \\ 916 \\ \hline 125950 \end{array}$$

Escrevem-se os fatores, segundo indica a regra, e multiplica-se todo o multiplicando pelo número 5 (unidades do multiplicador) e obtém-se o primeiro produto parcial, isto é, 2290. Em seguida, multiplica-se o multiplicando pelo número 7 (de-

zenas do multiplicador) e tem-se o segundo produto parcial, isto é, 3206; escreve-se este produto debaixo do primeiro, de modo que o primeiro algarismo da direita 6 fique na coluna do algarismo 7 do multiplicador que serviu para formá-lo. Multiplica-se, enfim, o multiplicando pelo número 2 (centenas do multiplicador) e resulta o terceiro produto parcial 916, este se escreve debaixo do segundo produto parcial, de modo que o primeiro algarismo da direita 6 fique na mesma coluna do algarismo 2 do multiplicador. Somando-se os três produtos parciais obtidos resulta o produto total 125950.

**Casos particulares.** — 1.º) Para multiplicar um número qualquer por outro formado pela unidade seguida de zeros, escreve-se à direita do primeiro o mesmo número de zeros que existem no segundo.

**Exemplo:** Seja multiplicar 273 por 1000.

Escreve-se o número 273 e acrescentam-se três zeros à sua direita; tem-se o produto procurado 273000.

2.º) Para multiplicar dois números, quando um ou ambos são formados por algarismos significativos acompanhados de zeros, multiplicam-se os números constituídos pelos algarismos significativos e acrescentam-se à direita do produto obtido tantos zeros quantos se encontram à direita de um ou de ambos os fatores.

**Exemplos:** Multiplicar 7200 por 3

1.º) Multiplica-se 72 por 3 e acha-se o produto 216; escrevendo-se dois zeros à direita dele, tem-se o produto procurado 21600.

2.º) Multiplicar 321 por 600

Multiplica-se 321 por 6 e à direita do produto obtido 1926 escrevem-se dois zeros. O produto pedido será 192600.

3.º) Multiplicar 1280 por 300.



Efetua-se a multiplicação de 128 por 3 e acha-se 384; à direita desse produto acrescentam-se três zeros e obtém-se o produto procurado 384000.

3.º) Havendo zeros colocados entre dois algarismos significativos do multiplicador, efetua-se a multiplicação não levando em conta os zeros, pois os produtos parciais correspondentes são nulos; deve-se, porém, ter o cuidado de colocar os algarismos dos produtos parciais seguintes na ordem competente.

Exemplo. Seja multiplicar 3284 por 207

$$\begin{array}{r} 3284 \\ 207 \\ \hline 22988 \\ 0568 \\ \hline 679768 \end{array}$$

Colocam-se os fatores, conforme a regra indicada. Em seguida, multiplica-se 3284 por 7 e escreve-se o produto parcial obtido 22988. Depois, sem levar em conta o 0, multiplica-se 3284 por 2 e resulta o produto parcial 6568, que se escreve debaixo do primeiro tendo o cuidado de colocar o algarismo da direita 8 na coluna que lhe compete, isto é, na das centenas. Somam-se finalmente os produtos parciais 22988 e 6568 e tem-se o produto total 679768.

**Provas.** — Na multiplicação empregam-se as seguintes provas:

1.º) Consiste em inverter a ordem dos fatores e efetuar novamente a multiplicação. Se o resultado obtido for igual ao que resultou da primeira operação pode-se admitir a exatidão desta.

2.º) Prova dos 9, dos 2, etc.

**Observação.** — Em certos casos, o produto de dois números pode ser obtido rapidamente pelo emprego do cálculo mental.

### EXERCÍCIOS.

Efetuar mentalmente as seguintes multiplicações:

1. $35 \times 20$	R. 700	6. $425 \times 40$	R. 17000
2. $30 \times 11$	R. 330	7. $527 \times 20$	R. 10540
3. $41 \times 15$	R. 615	8. $850 \times 50$	R. 42800
4. $105 \times 8$	R. 840	9. $1250 \times 2$	R. 2500
5. $219 \times 30$	R. 6570	10. $2475 \times 8$	R. 19800

Efetuar as seguintes multiplicações:

1. $782 \times 9$	R. 7038
2. $954 \times 35$	R. 33390
3. $1502 \times 78$	R. 117156
4. $15499 \times 69$	R. 1069431
5. $41007 \times 1422$	R. 58311954
6. $7 \times 9 \times 25$	R. 1575
7. $8 \times 35 \times 41$	R. 11480
8. $4 \times 12 \times 19 \times 38$	R. 34036
9. $9 \times 15 \times 35 \times 42$	R. 198450
10. $15 \times 18 \times 49 \times 93 \times 207$	R. 251690730

Calcular o valor das expressões seguintes (1)

1. $4 \times 5 + 7 \times 9 - 3 \times 4 \times 2 + 15$	R. 74
2. $9 \times 3 - 5 \times 3 \times 8 + 6 \times 9 \times 2 + 5 \times 7$	R. 50
3. $15 \times 4 \times 2 - 7 \times 2 \times 3 + 5 \times 4 \times 12 - 6 \times 4 \times 3 \times 2$	R. 174

(1). Além dos sinais de relação e das operações empregadas os chamados sinais de coleção. São os parênteses ( ), o colchete [ ] e a chave { }.

4.  $(5+4) \times 3 + 7 \times 3 - (8-3) \times 2 \times 3$  R. 18  
 5.  $(5+9-2) \times 15 - 8 \times 4 - 5 \times 7 + (3+2-1) \times 4$  R. 9  
 6.  $15 + (7-3+8-3) \times 7 - (9 \times 4 + 6 - 8 \times 3 + 1)$  R. 59  
 7.  $12 + 9 \times 5 - 3 + 8 - 1 - (9 \times 3 - 2) \times 4 \times 2 + 35 \times 0$  R. 76  
 8.  $3 \times 2 - 7 \times (4 - 8 + 7) + 5 \times (3 \times 4 + 8 - 3 \times 2)$  R. 55  
 9.  $5 \times (2+4) + (9 - 5 \times 3 + 4 \times 3) - (3+8) \times (7-5)$  R. 14  
 10.  $(2+3) \times (7-3) + 8 \times 5 - 7 - (4+5) \times (5-3) \times 2$  R. 17

## PROBLEMAS.

1. Quanto custa uma peça de 86 metros de fazenda a \$8305 o metro?  
 R. 714\$230
2. Quanto custa uma partida de 350 peças de linho, tendo cada peça 35 metros e custando \$8500 o metro?  
 R. 104:125\$000
3. Qual é o preço de um terreno urbano que tem 208 metros de frente ao preço de \$05\$000 cada metro de frente (não considerando o fundo)?  
 R. 107:440\$000
4. Quanto custa um terreno agrário tendo 18405 metros quadrados de superfície à razão de 890 réis cada metro quadrado?  
 R. 16:380\$450
5. Em um pomar de forma retangular acham-se plantadas 167 filas de árvores frutíferas, tendo cada fila 306 árvores. Qual é o número total de árvores existentes no pomar?  
 R. 51102 árvores.
6. Quanto se gastou para ladrilhar um corredor de forma retangular, sabendo-se que cada ladrilho assentado safu por 1\$200 e que no sentido de largura há 15 ladrilhos e no de comprimento 101 ladrilhos exatamente?  
 R. 1:818\$000

7. Quantas vezes se pode aplicar sobre um terreno retangular, de 25 metros de frente e 38 metros de fundo, uma prancha de forma quadrada, tendo 1 metro de lado?  
 R. 950 vezes.
8. Sabendo-se que um dia tem 24 horas que uma hora tem 60 minutos e um minuto tem 60 segundos calcular quantos segundos tem um dia?  
 R. 86400 segundos.
9. Quantas voltas dá durante um dia inteiro uma roda que se move continua e constantemente dando 3 voltas por segundo?  
 R. 259200 voltas
10. Que distância percorrerá um veículo em 5 horas de viagem ininterrupta, sabendo-se que a sua roda tem de circunferência 2 metros e que dá 3 voltas em cada segundo durante a viagem?  
 R. 108000 metros
11. Quantos litros de oxigênio encontram-se em 1800 litros de ar, sabendo-se que em 100 litros de ar há aproximadamente 21 litros daquele gás?  
 R. 378 litros
12. Um indivíduo normal e adulto inspira 8 litros de ar por minuto. Quantos litros de ar inspira durante o dia?  
 R. 11520 litros
13. No ar, o som percorre cerca de 340 metros por segundo. Quantos metros percorrerá ele no fim de 4 horas?  
 R. 4896000 metros
14. A luz do Sol leva 8 minutos e 13 segundos para chegar à Terra. Calcular a distância entre os dois astros, sabendo-se que a velocidade da luz é de 300000 km por segundo  
 R. 147900000 km



15. Sabendo-se que em 1 quilograma de água pura há aproximadamente 111 gramas de hidrogênio e 889 gramas de oxigênio, calcular o número de gramas de cada um desses gases que há em 25 quilogramas daquele líquido.

R. 2775 ; 22225.

16. O Sol é 1300000 vezes maior do que a Terra, e o volume desta 49 vezes maior que o da Lua. Quantas vezes o volume daquele é maior do que o desta?

R. 63700000

17. A atmosfera exerce, normalmente, uma pressão de 1033 gramas sobre a superfície de um centímetro quadrado. Qual é a pressão que ela exerce sobre o corpo humano, tomando-se a superfície média deste igual a 15000 centímetros quadrados?

R. 15495000 gramas

18. Quantos operários seriam necessários para construir, num dia, um reservatório de 12 metros de comprimento, 5 de largura e 3 de altura, sabendo-se que 8 operários gastaram 15 dias, de 8 horas, para realizar o mesmo trabalho?

R. 120 dias

## POTENCIAÇÃO

*Potência* de um número é o produto de dois ou mais fatores iguais a ele. Assim,  $3 \times 3 \times 3 = 27$  é uma potência de 3.

O fator que se repete chama-se *base*, e o número dos fatores denomina-se *grau* da potência.

Ex :  $2 \times 2 \times 2 = 8$  é a terceira potência de 2 ou uma potência do 3.º grau,  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$  é a quinta potência de 3 ou uma potência do 5.º grau

Representa-se abreviadamente uma potência, escrevendo a base e indicando o grau por um número denominado *expoente*. Este é um número escrito em algarismos menores que a base e colocado à direita e um pouco acima dela. Ex. :  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$  escreve-se

$3^5$

e diz-se :

243  $3^5$  é a quinta potência de 3, 5 é o expoente da potência e 3, a base.

A primeira potência de um número é o próprio número que se considera como elevado a potência 1; não se escreve. Ex. :  $5^1 = 5$  ;  $8^1 = 8$ .

**Quadrado e cubo.** — A segunda potência de um número denomina-se *quadrado*, e a terceira potência, *cubo*. Assim,  $3^2 = 9$  é o quadrado de 3 ;  $4^3 = 64$  é o cubo de 4.

Os quadrados compreendidos entre 1 e 10, são :

Números	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrados	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Os cubos compreendidos entre os números 1 e 10 são :

Números	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cubos	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

## DIVISÃO

*Divisão* é a operação que tem por fim, dados o produto de dois fatores e um deles, determinar o outro.

O produto dado recebe o nome de *dividendo*; o fator conhecido chama-se *divisor*, e o fator que se procura *quociente*. O dividendo e o divisor denominam-se *termos da divisão*.

Exemplo:

$$72 : 9 = 8$$

72 e 9 são os termos, 72 é o dividendo, 9 é o divisor e 8, o quociente

A divisão também pode ser definida de duas outras maneiras:

*Divisão* é a operação que tem por fim procurar quantas vezes um número contém outro.

*Divisão* é a operação que tem por fim repartir um número em tantas partes iguais quantas são as unidades do outro.

Para indicar a divisão, emprega-se o sinal: ou +, que se lê: *dividido por*.

Assim, para indicar o quociente de 18 por 6 escreve-se  $18 : 6$  ou  $18 \div 6$

Pode-se também empregar um traço horizontal colocado entre os números dados. Assim, podemos escrever

$$\frac{18}{6}$$

Quando, numa divisão, o produto do quociente pelo divisor dá um número igual ao dividendo, é nulo o resto da subtração entre aquele produto e o dividendo. Diz-se, então, que a divisão é *exata* e que o seu resto também é nulo

No caso em que o produto do quociente pelo divisor fornece um número menor que o dividendo, o resto da subtração entre aquele produto e o dividendo é diferente de zero. A divisão chama-se, então, *inezata* e o resto da subtração é o *resto da divisão*.

Representa-se uma *divisão exata* efetuada, como mostra o exemplo seguinte:

$$18 : 6 = 3 \quad \text{ou} \quad 18 \div 6 = 3 \quad \text{ou} \quad \frac{18}{6} = 3$$

Uma *divisão inezata* efetuada representa-se como segue:

$$21 = 5 \times 4 + 1$$

sendo 1 o resto da divisão.

Na divisão de números inteiros, consideram-se quatro casos:

- 1.º) *Divisor simples, devendo ser simples o quociente*;
- 2.º) *Divisor simples, devendo ser composto o quociente*;
- 3.º) *Divisor composto, devendo ser simples o quociente*;
- 4.º) *Divisor composto, devendo ser composto o quociente*.

**1.º caso.** — É bastante subtrair sucessivamente o divisor do dividendo até que não seja mais possível realizar a subtração. O número de subtrações realizadas será o quociente e o resto da última subtração, o resto da divisão.

Na prática, porém, opera-se com mais rapidez retendo de memória todos os resultados a que se



pode chegar nas divisões do primeiro caso. Aliás, esses resultados podem ser obtidos na tabela do Pitágoras, segundo o modo indicado na subtração. Como nem sempre o dividendo é múltiplo do divisor, procura-se na tabela o maior múltiplo do divisor, contido no dividendo; o número pelo qual é necessário multiplicar o divisor para obter esse múltiplo é o quociente procurado.

**2.º caso.** — Efetua-se a divisão empregando a seguinte

**Regra.** — Escreve-se o divisor à direita do dividendo; separa-se um do outro por meio de um risco vertical, e o divisor do quociente por meio de um risco horizontal. Em seguida, procuram-se quantas vezes o divisor está contido no número formado pelo primeiro algarismo à esquerda do dividendo, ou pelos dois primeiros, quando o primeiro for menor que o divisor. Escreve-se esse número no quociente, multiplica-se pelo divisor, e subtrai-se o produto do dividendo parcial, que é o número formado pelo primeiro ou pelos dois primeiros algarismos à esquerda do dividendo total. Escreve-se à direita do resto o algarismo seguinte do dividendo principal e tem-se um segundo dividendo parcial; e assim se prossegue até ter considerado o último algarismo do dividendo principal. Se o número formado pelo resto e o algarismo seguinte do dividendo parcial não contiver o divisor, escreve-se zero no quociente, considera-se o algarismo seguinte do dividendo principal e continua-se a operação (1).

(1) Na prática, a diferença entre o dividendo parcial considerado e o produto do divisor pelo quociente obtido, realiza-se mentalmente.

**Exemplo:** Seja dividir o número 8413 por 7

dividendo	8413	7	divisor	8413	7
	7	1201		14	1201
2.º dividendo parcial	14			013	
	14			6	
3.º dividendo parcial	013				
	7				
	6			resto	

**3.º caso.** — A divisão é efetuada nesse caso com a seguinte

**Regra.** — Escreve-se o divisor à direita do dividendo; separa-se este daquele por meio de um traço vertical, e o divisor do quociente por meio de um traço horizontal. Em seguida, divide-se o número formado pelo primeiro ou dois primeiros algarismos do dividendo pelo número representado pelo primeiro algarismo do divisor. Multiplica-se o quociente obtido pelo divisor, se o produto for menor que o dividendo será verdadeiro o quociente achado, se for maior, subtrai-se do quociente uma ou mais unidades sucessivamente até que o seu produto pelo divisor seja um número menor que o dividendo.

**Exemplo:** Seja dividir o número 587 por 85

587	85	587	85
510	6	77	6
77			

**4.º caso.** — Neste último caso emprega-se a seguinte

**Regra geral.** À direita do dividendo escreve-se o divisor, separam-se um do outro por um traço vertical e o divisor do quociente por um traço horizontal. Depois, separam-se no dividendo, a partir da esquerda, tantos algarismos quantos são necessários para constituir um número que contenha o divisor uma vez pelo menos, mas menos de dez vezes; divide-se esse número pelo divisor e obtém-se o primeiro algarismo do quociente, multiplica-se esse quociente pelo divisor e subtrai-se o produto obtido do dividendo; escreve-se à direita do resto o algarismo seguinte do dividendo e tem-se um novo dividendo parcial; divide-se este pelo divisor e tem-se o segundo algarismo do quociente, com que se opera como para o primeiro; assim se prossegue até que se tenham considerados todos os algarismos do dividendo.

**Exemplo:** Seja dividir o número 9458 por 38.

$$\begin{array}{r} 9458 \overline{) 38} \\ 76 \phantom{00} \underline{218} \\ 185 \phantom{00} \\ 152 \phantom{00} \underline{338} \\ 304 \phantom{00} \underline{34} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9458 \overline{) 38} \\ 185 \phantom{00} \underline{218} \\ 338 \phantom{00} \\ 34 \end{array}$$

**Casos particulares.** — 1.º) Para dividir um número, formado de algarismos significativos acompanhados de zeros, por outro formado pela unidade seguida de menor ou igual número de zeros, suprimem-se tantos zeros da direita do dividendo quantos são os zeros do divisor.

**Exemplo:** Seja dividir 248000 por 100.

Escreve-se o número 248000 e suprimem-se dois zeros da sua direita; obtém-se o quociente procurado 2480.

2.º) Para dividir um número por outro, quando ambos terminam em zeros, suprimem-se neles o mesmo número de zeros; o quociente não se altera, mas o resto ficará multiplicado pela unidade acompanhada de tantos zeros quantos foram suprimidos.

**Exemplo:** Seja dividir 34000 por 600.

Temos

$$\begin{array}{r} 34000 \overline{) 600} \\ 40 \phantom{00} \underline{50} \\ 400 \end{array}$$

**Provas.** — Na divisão empregam-se geralmente as seguintes:

1.º) Consiste em multiplicar o divisor pelo quociente e somar o produto obtido com o resto, se houver. O resultado deverá ser igual ao dividendo.

2.º) Prova dos 9, dos 2, etc.

**Observação.** — Às vezes, o quociente de dois números pode ser determinado rapidamente com o emprego do cálculo mental.



## PRINCIPIOS RELATIVOS À MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

1.º — O produto de dois ou mais fatores não se altera quando se muda a ordem dos mesmos

Exemplo:

$$7 \times 3 \times 8 = 8 \times 7 \times 3$$

2.º — Quando se torna o multiplicando ou o multiplicador certo número de vezes maior ou menor, o produto também fica o mesmo número de vezes maior ou menor.

3.º — Quando se tornam o multiplicando e o multiplicador ao mesmo tempo, o mesmo ou diferente número de vezes maiores ou menores, o produto fica um número de vezes maior ou menor igual ao produto dos fatores introduzidos ou suprimidos.

4.º — Tornando o dividendo certo número de vezes maior ou menor, o quociente fica o mesmo número de vezes maior ou menor.

5.º — Tornando-se o divisor certo número de vezes maior ou menor, o quociente fica o mesmo número de vezes menor ou maior.

6.º — Numa divisão exata, o quociente não muda quando se tornam o dividendo e o divisor o mesmo número de vezes maior ou menor.

7.º — Numa divisão inexata, o quociente não se altera quando se tornam o dividendo e o divisor certo número de vezes maior ou menor, mas o resto torna-se o mesmo número de vezes maior ou menor.

## EXERCÍCIOS.

Efetuar mentalmente as divisões seguintes.

1. $125 \div 5$	R. 25	6. $700 \div 50$	R. 14
2. $315 \div 7$	R. 45	7. $1500 \div 300$	R. 5
3. $450 \div 15$	R. 30	8. $6100 \div 400$	R. 16
4. $600 \div 40$	R. 15	9. $270 \div 18$	R. 15
5. $180 \div 30$	R. 10	10. $2100 \div 180$	R. 12

Efetuar as divisões seguintes:

1. $1750 \div 14$	R. 125	7. $103105 \div 105$	R. 1001
2. $6336 \div 18$	R. 352	8. $661587 \div 137$	R. 4851
3. $9000 \div 27$	R. 358	9. $3372558 \div 354$	R. 9527
4. $113864 \div 86$	R. 1324	10. $2539230 \div 9842$	R. 258
5. $371132 \div 82$	R. 4526	11. $57792 \div 15$	R. 3852, resto 12
6. $719928 \div 72$	R. 9999	12. $840501 \div 105$	R. 8004, resto 81

Efetuar as seguintes operações:

1. $5 \times 2 - 21 \div 7 + 3 \times 8 \div 2 - 27 \div 9 + 3$	R. 18
2. $15 \div 16 \div 4 - 12 \div 2 \times 3 + 15 \times 3 \times 2 - 18 \div 2$	R. 82
3. $(5 \times 4 + 12 \div 6) \times 3 - (14 \div 7 - 5 \div 8) \times 5 + 105 \div 3$	R. 76
4. $(1 + 12 \times 3 \times 15 \div 45 - 8) \times 4 + 154 \div 7 - 11 + 3,5 + 8 + 2$	R. 79
5. $(5 + 4) \times (2 \times 3) + 8 \times (9 - 5) \times (8 - 7) + 6 \times 3 \div 2$	R. 95
6. $100 \div 4 + 14 \div 7 \times 3 - 2 \times (3 + 4) \times (5 + 8 - 2) + 156$	R. 33
7. $(2 \times 3) + (5 \times 4 \div 2) \times 3 + 8 - (3 \times 2) \times (5 + 3) \div 24$	R. 42
8. $(25 + 8) \div 11 - 2 \times 4 \div 9 \div 3 \times 4 - 5 \times (7 \times 4 \div 2 + 8) + 12 \div 4 - 3 \times (5 + 4 - 2) + 201$	R. 80
9. $(3 + 8 \times 2) \times (1 + 5 - 3 \times 2 - 1 \times 5 \times 3 - 9) \times (18 \div 9)$	R. 9
10. $18 \div (1 + 2 - 5 \times 2 \div 6) + 15 \div 3 \times (1 + 3) - 9 \div 3 + 5 \times 4 \times 7 - (7 \times 2 + 28 \div 14) \times 3$	R. 133

## PROBLEMAS.

1. Um canhão trocou a uma distância de 2720 metros e o ruído só foi ouvido depois de 8 segundos. Quanto percorre o som no ar em um segundo? **R. 340 metros.**
2. De 221200 litros de ar podem ser retirados 174748 litros de azoto. De 100 litros de ar quanto se pode obter de azoto? **R. 79 litros.**
3. Quanto pesa 1 metro cúbico de madeira sabendo-se que 125 metros cúbicos pesam 81500 quilogramas? **R. 652 quilogramas.**
4. Aumentando-se de 8 unidades o multiplicador de um produto, este cresce de 200 unidades. Qual é o multiplicando? **R. 25**
5. Três dúzias de ovos pesam 2016 gramas. Quanto pesa um ovo? **R. 56 gramas**
6. Uma cidade de 185600 habitantes tem um abastecimento de 24499200 litros de água por dia. Quanto pode dispor um habitante em 24 horas? **R. 132 litros.**
7. Devendo-se reservar nas escolas um espaço de 13 metros cúbicos por aluno, quantos alunos deve no máximo conter uma sala cuja cubagem é de 592 metros cúbicos? **R. 46 alunos**
8. Em 47 horas um relógio atrasa 4841 segundos. Quanto atrasa em 60 minutos? **R. 103 segundos**
9. O ciclo solar dura 28 anos. Em 1037 quantos ciclos se registaram e sobram ainda quantos anos? **R. 69 ciclos e sobram 5 anos**
10. Com que idade morreu uma pessoa que viveu 679 meses? **R. 56 anos e 7 meses.**

## Divisão

11. Qual é o número que multiplicado por 708 dá um produto igual a 1767168? **R. 2496**
12. Numa divisão achou-se para quociente 247 e para resto 287. Sendo o dividendo igual a 198628, qual será o divisor? **R. 803**
13. Se uma peça de 85 metros de fazenda custou 59\$925, quanto custou cada metro? **R. 705 réis**
14. Se uma peça de fazenda, comprada a 705 réis o metro, custou 59\$925, achar quantos metros tinha a peça. **R. 85 metros**
15. Sabendo-se que um barril contém 250 litros de vinho, e que custou 325\$000, dizer quanto custou cada litro de vinho. **R. 1\$300**
16. Sabendo-se que um barril de vinho, comprado a 840 réis o litro importou em 275\$520, dizer quantos litros de vinho o barril contém. **R. 328 litros**
17. Um capitão quer dispor 1530 soldados em uma praça retangular formando 34 fileiras de homens. Quantos ficarão em cada fileira? **R. 45**
18. Quantos paralelepípedos de pedra de forma quadrada, tendo 20 centímetros de lado, serão necessários para calçar uma superfície de forma retangular, tendo 240 centímetros de comprimento por 160 centímetros de largura? **R. 96**
19. Numa divisão em que o divisor é 1387 um aluno achou 2840 de resto, tendo achado certos termos os algarismos do quociente, exceto o último. Achar quanto se deve acrescentar ao quociente e qual é o verdadeiro resto. **R. Deve-se acrescentar 2 ao quociente; o verdadeiro resto 60**
20. Sabendo-se que uma roda dá 28800 voltas por hora, achar quantas voltas dá por segundo. **R. 8 voltas.**



## PROBLEMAS DE RECAPITULAÇÃO

1. Se a minha idade juntassem 23 anos, faltariam 5 anos para tê-la duplicada. Qual é ela?

R. 28 anos

2. Se eu tivesse mais 57\$000 poderia saldar duas dívidas de, respectivamente, 125\$300 e 247\$700. De quanto disponho?

R. 316\$000

3. Levanto-me às 5 horas da manhã e deito às 10 horas da noite. Quanto tempo me mantenho fora do leito?

R. 17 horas

4. De 98 gramas de ácido sulfúrico, que é formado de enxofre, oxigênio e hidrogênio, podem retirar-se 32 gramas de enxofre e 64 de oxigênio. Quanto se pode obter de hidrogênio?

R. 2 gramas

5. A soma de dois números é 513. Se da terça parte da soma tirássemos a terça parte de um deles teríamos 87. Quais são estes números?

R. 262 e 251

6. Devendo a área de um cemitério ser de 340 metros quadrados por mil habitantes, quanto falta a uma área de 1730 metros quadrados para poder prestar-se a um cemitério de uma cidade de 56000 habitantes?

R. 17310 metros quadrados.

7. Posso pagar uma dívida de 2 180\$000 em 6 prestações mensais iguais, sobrando-me ainda 110\$000 mensalmente. De quanto posso dispor por mês?

R. 470\$000.

8. Se eu gastasse 280\$000 teria a metade do que tenho mais 70\$000. Quanto tenho?

R. 700\$000

9. Aumentando-se 5 unidades a um dos fatores, o produto aumentou de 180. Qual é o outro fator?

R. 36.

10. O produto de dois números é 9282. Aumentando-se um deles de 3 unidades o produto torna-se 9945. Quais são estes números?

R. 221 e 42

11. Um proprietário comprou com 20 000\$000, quatro terrenos pagou ao 1º 3 200\$000, ao 2º 4 800\$000, ao 3º 4 300\$000, ao 4º 800\$000 o alqueire e ao 4º o restante a 700\$000 o alqueire. Quantos alqueires têm os 4 terrenos?

R. 28 alqueires

12. Numa subtração, a soma do minuendo com o subtraendo e com o resto é igual a 48036, e o subtraendo é igual ao resto. Achar o minuendo, o subtraendo e o resto.

R. O minuendo é igual a 24018, o subtraendo e o resto são iguais a 12009

13. Numa subtração o minuendo é igual a 486, e o subtraendo excede o resto em 28 unidades. Achar o subtraendo e o resto.

R. O subtraendo é igual a 257 e o resto é igual a 229.

14. A soma de dois números é 84 e a sua diferença é 32. Achar estes dois números.

R. Os dois números são 58 e 26

15. Numa adição de 6 parcelas, cada uma delas excede a anterior em 18 unidades. Sendo a soma igual a 2790 achar o valor de cada parcela.

R. As 6 parcelas são 420, 438, 456, 474, 492 e 510

16. Numa adição de 6 parcelas, três delas são iguais entre si, e as outras três também o são. Sabendo-se que a diferença entre uma parcela de um grupo e do outro grupo é de 305 unidades, achar cada parcela, sendo a soma das 6 parcelas igual a 29757.

R. As três parcelas de um grupo são iguais a 4807 cada uma e as do outro grupo são iguais a 5112 cada uma.

17. Um trem parte da estação A às 8 horas da manhã seguindo para a estação B com a velocidade de 45 km por hora. Sabe-se que a distância entre as estações A e B é de 495 km, pergunta-se a que horas o trem chegará à estação B.

R. Às 10 horas.

18. Um trem parte às 7 horas da estação A seguindo para a estação B, com a velocidade de 25 km por hora. Um outro trem parte às 9 horas da estação B seguindo para a estação A com a velocidade de 35 km por hora. A que horas, e a que distância das estações A e B se dará o encontro dos dois trens sendo a distância entre as 2 estações de 210 km.

R. O encontro se dará às 12 horas, a 125 km da estação A e a 105 km da estação B.

19. Um trem parte da estação A às 6 horas seguindo para a estação B com a velocidade de 32 km por hora. Parte, às 8 horas, um outro trem da mesma estação A seguindo também para a estação B, com a velocidade de 40 km por hora. Dizer a que horas e a que distância da estação A o 2º trem alcançará o 1º.

R. O encontro se dará às 10 horas e terá lugar a 320 km da estação A.

20. Um negociante comprou 18 peças de fazenda, tendo cada peça 25 metros, à razão de 18250 o metro; e vendeu cada metro por 18900. Quanto ganhou nas 18 peças?

R. Ganhou 2478500

21. Um negociante comprou uma peça de 28 metros de fazenda por 5862000 e vendeu a 258000 o metro. Quanto ganhou, ou quanto perdeu no negócio?

R. Ganhou 1408000

22. Uma senhora comprou 12 metros de fazenda e deu uma cédula de 200 \$000 recebendo do trêco 2 cédulas de 20\$000, 4 de 10\$000 e 9 de 5\$000. Quanto custou o metro da fazenda?

R. Custou 65250

## CAPÍTULO III

### Frações decimais

**Fração decimal; número decimal.** — Fração decimal é toda a fração cujo denominador é uma potência de 10. *Exemplos.*

$$\frac{3}{10}, \quad \frac{11}{100} \text{ e } \frac{27}{1000}$$

Quando dividimos a unidade em 10 partes iguais cada uma delas será um *décimo* e a unidade valerá, portanto, 10 décimos.

Dividindo cada décimo em 10 partes iguais, a unidade ficará dividida em 100 partes iguais, cada uma das quais será um *centésimo*. Assim, a unidade vale 100 centésimos e um décimo, 10 centésimos.

Dividindo cada centésimo em 10 partes iguais, a unidade ficará dividida em 1000 partes iguais e cada uma será um *milésimo*. A unidade, portanto, vale 1000 milésimos e um centésimo vale 10 milésimos.

Prosseguindo-se do mesmo modo, tem-se:

um milésimo vale 10 *décimos-milésimos* e a unidade tem 10000 *décimos-milésimos*;



um décimo-milésimo vale 10 centésimos-milésimos e a unidade tem 100000 centésimos-milésimos, e assim por diante.

As partes decimais têm as seguintes denominações :

décimos . . . . .	1. <sup>a</sup> ordem
centésimos . . . . .	2. <sup>a</sup> "
milésimos . . . . .	3. <sup>a</sup> "
décimos-milésimos . . . . .	4. <sup>a</sup> "
centésimos-milésimos . . . . .	5. <sup>a</sup> "
milionésimos . . . . .	6. <sup>a</sup> "
décimos-milionésimos . . . . .	7. <sup>a</sup> "

e assim por diante.

Do que ficou dito acima conclue-se que o princípio convencional da numeração escrita aplica-se às partes decimais da unidade, isto é, às frações decimais, tal como aos números inteiros. 10 unidades de uma ordem valem uma unidade de ordem imediatamente superior. Esse princípio permite escrever as frações decimais de modo análogo aos números inteiros, bastando que se aplique a convenção fundamental da numeração escrita, e que se empregue um sinal para separar a parte inteira da parte fracionária. Este sinal é uma vírgula, colocada entre a parte inteira e a parte fracionária.

Assim, a fração decimal  $\frac{127}{100}$  será representada do seguinte modo : 1,27

Fica assim a fração decimal  $\frac{127}{100}$  escrita sob a forma de número decimal : 1,27. "

**Conversão de fração decimal em número decimal, e viceversa.** — Para transformar uma fração decimal em número decimal, escreve-se o numerador e nele se separa, a partir da direita, por meio de uma vírgula, tantos algarismos quantos são os zeros do denominador

*Exemplo*

$$\frac{451}{100} = 4,51$$

Quando o número de zeros do denominador for maior que o número de algarismos do numerador, escreve-se à esquerda deste o número de zeros que for necessário.

*Exemplo.*

$$\frac{13}{1000} = 0,013$$

Para transformar um número decimal em fração decimal, escreve-se uma fração cujo numerador é o número decimal sem a vírgula e cujo denominador é a unidade seguida de tantos zeros quantos são os algarismos decimais

*Exemplo.*

$$17,38 = \frac{1738}{100}$$

**Modo de ler um número decimal.** — Para ler números decimais, lê-se a parte inteira, seguida do nome unidades, em seguida, a decimal acompanhada do nome da unidade representada pelo último algarismo da direita.

*Exemplo.* O número decimal 18,35 lê-se dezoito unidades e trinta e cinco centésimos.

Pode-se, também, ler o número como se fosse inteiro, juntando-se ao último algarismo a denominação respectiva.

*Exemplo* O número decimal 18,35 também pode ser lido da seguinte maneira: mil oitocentos e trinta e cinco centésimos.

**Modo de escrever um número decimal.** — Para escrever números decimais, escreve-se a parte inteira, depois uma vírgula, e, em seguida, a parte decimal colorando cada algarismo no lugar das unidades que representa, tendo o cuidado de preencher com zeros as ordens que não tiverem unidades.

*Exemplos* O número decimal doze unidades, duzentos e quarenta e cinco milésimos, escreve-se 12,245.

O número dezesseis décimos-milésimos, escreve-se 0,0017.

## PROPRIEDADES DOS NÚMEROS DECIMAIS

**1.ª Propriedade** — O valor de um número decimal não muda colocando ou suprimindo zeros à sua direita.

Assim,

$$4,15 = 4,150$$

Do mesmo modo

$$8,4300 = 8,43$$

**2.ª Propriedade.** — Para multiplicar um número decimal por 10, 100, 1000 . . . . ., desloca-se a vírgula uma, duas, três . . . casas para a direita.

*Exemplos*

$$5,1283 \times 10 = 51,283$$

$$5,1283 \times 100 = 512,83$$

$$5,1283 \times 1000 = 5128,3$$

$$5,1283 \times 10000 = 51283$$

**3.ª Propriedade.** — Para dividir um número decimal por 10, 100, 1000 . . . . , desloca-se a vírgula uma, duas, três . . . casas para a esquerda.

*Exemplos*

$$83,723 : 10 = 8,3723$$

$$83,723 : 100 = 0,83723$$

$$83,723 : 1000 = 0,083723$$

## OPERAÇÕES

**Adição.** — Para somar números decimais, emprega-se a seguinte

**Regra.** — Para somar números decimais, escrevem-se uns debaixo dos outros, de modo que as vírgulas se correspondam em coluna vertical, somam-se depois como se fossem inteiros, colocando-se finalmente a vírgula, na soma, correspondendo às das parcelas.

*Exemplos*

$$1.º) 0,25 + 7,2 + 0,423 + 18,75$$

$$2.º) 3,8972 + 2,79 + 1,463 + 3,7$$

$$3.º) 0,45 + 0,372 + 0,4589$$

1.º)	0,25	2.º)	3,8972	3.º)	0,45
	7,2		2,79		0,372
	0,423		1,463		0,4589
	18,75		3,7		<hr/>
	<hr/>		<hr/>		1,2809
	32,623		11,8502		

**Subtração** — Na subtração de números decimais, usa-se a





ração, colocando zeros à direita dos restos obtidos e dividindo-os pelo divisor.

$$\begin{array}{r} 7238 \overline{) 700} \\ 02380 \quad 10,34 \\ \underline{2800} \\ 000 \end{array}$$

2.º) Dividir 0,72 por 15.

$$\begin{array}{r} 0,72 \overline{) 15,00} \quad 7200 \overline{) 1500} \\ \underline{12000} \quad 0,048 \\ 0000 \end{array}$$

Dispõem-se convenientemente os termos da divisão, reduzem-se ao mesmo número de algarismos decimais, isto é, colocam-se uma vírgula e dois zeros à direita do divisor. Suprimem-se as vírgulas dos números obtidos 0,72 e 15,00, e divide-se, depois, o número 72 por 1500.

O quociente inteiro dessa divisão é 0 e para completá-lo, coloca-se-lhe uma vírgula à direita e à direita do dividendo 72 colocam-se zeros de modo a poder prosseguir na divisão. O quociente será, pois, 0,048.

**Quociente aproximado.** — Seja dividir o número 17 por 5.

A divisão não é exata e o quociente procurado está compreendido entre os números 3 e 4, pois

$$5 \times 3 = 15$$

$$5 \times 4 = 20$$

Tomando 3 ou 4 para quociente dessa divisão, cometeremos um erro menor que uma unidade, no primeiro caso por falta, e no segundo por excesso.

Assim, 3 e 4 são quocientes aproximados da divisão de 17 por 5.

Os números 3 e 4 são quocientes aproximados sem erro de uma unidade.

Na prática, tomam-se os quocientes aproximados, sem erro de uma unidade por falta. Pode-se também tomar o quociente aproximado por falta, na divisão de um número por outro, há menos de

$$\frac{1}{10}, \text{ de } \frac{1}{100}, \text{ etc.}$$

**Regra.** — Para obter o quociente aproximado de  $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \text{ etc.}$ , por falta, de dois números inteiros, multiplica-se o dividendo por 10, 100, etc., procura-se depois o quociente, sem erro de uma unidade, por falta, do dividendo obtido pelo divisor e coloca-se a vírgula no resultado de modo a exprimir décimos, centésimos, etc.

**Exemplo.** Seja determinar o quociente aproximado de  $\frac{1}{10}$  por falta de 17 por 5.

$$\begin{array}{r} 170 \overline{) 0} \\ 50 \quad 2,8 \\ \underline{2} \end{array}$$

Multiplica-se o dividendo 17 por 10 para convertê-lo em décimos, e divide-se em seguida por 5. Obtém-se o quociente, sem erro de uma unidade, por falta, de 170 por 5. Colocando a vírgula nesse quociente, para exprimir décimos, resulta o quociente procurado 2,8.

**Regra.** — Para obter o quociente aproximado de  $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \text{ etc.}$ , por falta, de dois números decimais, tiram-se as vírgulas, multiplica-se o dividendo por 10, 100, etc., determina-se o quociente, sem erro de uma



unidade por falta, do dividendo pelo divisor, e coloca-se no resultado a vírgula de modo a exprimir décimos, centésimos, etc.

Exemplo Seja determinar o quociente aproximado de  $\frac{1}{10}$  por falta de 6,4 por 0,25.

$$\begin{array}{r} 640 \overline{) 25} \\ 140 \quad 25,6 \\ 150 \\ 00 \end{array}$$

Reduzindo ao mesmo número de algarismos decimais e tirando a vírgula, o dividendo e o divisor tornam-se respectivamente 640 e 25. Multiplicando o dividendo por 10, para convertê-lo em décimos, temos 6400. Determinando o quociente de 6400 por 25 sem erro de uma unidade por falta, obtém-se 256. Colocando a vírgula de modo a exprimir décimos, resulta 25,6 que é o quociente procurado.

### EXERCÍCIOS.

Escrever os seguintes números decimais :

1. Dois décimos
2. Uma unidade e cinco décimos
3. Doze décimos.
4. Quatro unidades e sete décimos
5. Quarenta e dois décimos
6. Três centésimos.
7. Quarenta e um centésimos.
8. Duas unidades e três centésimos.
9. Cinco unidades e vinte e dois centésimos.
10. Quinhentos e vinte e um centésimos
11. Cinco milésimos
12. Oito unidades e quatro milésimos
13. Duas unidades e dezessete milésimos
14. Uma unidade e quinhentos e vinte e oito milésimos

15. Vinte e cinco milésimos.
16. Trezentos e quarenta e dois milésimos
17. Quatro mil oitocentos e setenta e nove milésimos
18. Vinte e sete mil quatrocentos e cinquenta e quatro milésimos
19. Dois décimos-milésimos
20. Quarenta e oito décimos-milésimos
21. Cincoenta e oito centésimos-milésimos.
22. Cento e vinte e cinco décimos-milésimos.
23. Quatro unidades e oito décimos-milésimos
24. Cinco unidades e quatro décimos-milésimos
25. Oito unidades e cento e vinte e três décimos-milésimos
26. Sete mil quinhentos e vinte e dois décimos-milésimos
27. Trinta e cinco mil quatrocentos e oitenta e cinco décimos-milésimos
28. Doze unidades e vinte e oito centésimos-milésimos.
29. Dezotto unidades duzentos e quatro centésimos-milésimos
30. Três unidades duzentos e quarenta e cinco milionésimos

Ler os seguintes números decimais

- |           |           |             |               |
|-----------|-----------|-------------|---------------|
| 1. 0,6    | 6. 0,53   | 11. 0,025   | 16. 0,4092    |
| 2. 0,004  | 7. 12,7   | 12. 0,0482  | 17. 0,58472   |
| 3. 0,07   | 8. 41,83  | 13. 5,4005  | 18. 12 00153  |
| 4. 0,0253 | 9. 5,09   | 14. 0,08006 | 19. 0,420051  |
| 5. 2,7    | 10. 9,453 | 15. 2,05402 | 20. 22,700482 |

Multiplicar por 10, 100 e 1000 os seguintes números decimais

- |           |                             |
|-----------|-----------------------------|
| 1. 0,35   | R. 3,5 ; 35 ; 350           |
| 2. 5,6    | R. 56 ; 560 ; 5600          |
| 3. 0,052  | R. 0,52 ; 5,2 ; 52          |
| 4. 2,36   | R. 23,6 ; 236 ; 2360        |
| 5. 8,0032 | R. 80,032 ; 800,32 ; 8003,2 |
| 6. 42,8   | R. 428 ; 4280 ; 42800       |

- |           |                    |
|-----------|--------------------|
| 7. 0,004  | R. 0,04; 0,4; 4    |
| 8. 0,025  | R. 0,25; 2,5; 25   |
| 9. 1,25   | R. 12,5; 125; 1250 |
| 10. 0,527 | R. 5,27; 52,7; 527 |

Dividir por 10, 100, 1000 os seguintes números decimais:

- |          |                           |
|----------|---------------------------|
| 1. 8     | R. 0,8; 0,08; 0,008       |
| 2. 16    | R. 1,6; 0,16; 0,016       |
| 3. 235   | R. 23,5; 2,35; 0,235      |
| 4. 560   | R. 56; 5,6; 0,56          |
| 5. 1248  | R. 124,8; 12,48; 1,248    |
| 6. 5,3   | R. 0,53; 0,053; 0,0053    |
| 7. 0,6   | R. 0,06; 0,006; 0,0006    |
| 8. 258   | R. 2,58; 0,258; 0,0258    |
| 9. 0,04  | R. 0,004; 0,0004; 0,00004 |
| 10. 1205 | R. 1,205; 0,1205; 0,01205 |

Reduzir à mesma denominação os números decimais.

- |                   |                          |
|-------------------|--------------------------|
| 1. 0,8 e 0,259    | 6. 0,2 e 0,42 e 0,9      |
| 2. 0,6 e 0,32     | 7. 0,50 e 0,6 e 0,70     |
| 3. 0,75 e 0,058   | 8. 0,006 e 0,21 e 0,4    |
| 4. 5,4 e 12,82    | 9. 0,4352 e 0,92 e 0,853 |
| 5. 0,235 e 0,1359 | 10. 5,41 e 2,7 e 0,45839 |

Efetuar as seguintes adições:

- |   |            |
|---|------------|
| 1. 2,53 + 0,58                              | R. 3,11    |
| 2. 3,052 + 2,30                             | R. 5,412   |
| 3. 0,32 + 4,20                              | R. 4,61    |
| 4. 5,721 + 3,002 + 0,04                     | R. 8,763   |
| 5. 2,903 + 2,15 + 4,7813                    | R. 8,9373  |
| 6. 1,305 + 5,708 + 4,009                    | R. 11,022  |
| 7. 4,2 + 2,305 + 5,084 + 2,0504             | R. 13,6394 |
| 8. 13,5 + 0,004 + 1,0428 + 35               | R. 49,5468 |
| 9. 3,52 + 8 + 0,527 + 4,25 + 0,833          | R. 17,130  |
| 10. 5 + 0,254 + 32,417 + 0,27 + 0,32 + 31,2 | R. 69,561  |

Efetuar as seguintes subtrações:

- |                         |             |
|-------------------------|-------------|
| 1. 2,73 - 1,15          | R. 1,58     |
| 2. 4,128 - 2,07         | R. 2,058    |
| 3. 2,009 - 1,04         | R. 0,969    |
| 4. 5 - 0,058            | R. 4,942    |
| 5. 0,7 - 0,1312         | R. 0,2688   |
| 6. 832 - 34,0056        | R. 797,9944 |
| 7. 0,35 - 0,2749        | R. 0,0751   |
| 8. 11 - 0,00546         | R. 10,99454 |
| 9. 72,054 - 31,0352     | R. 41,0188  |
| 10. 0,053489 - 0,013785 | R. 0,039704 |

Efetuar as seguintes multiplicações:

- |                       |              |
|-----------------------|--------------|
| 1. 2,37 × 7           | R. 16,59     |
| 2. 3 × 5,439          | R. 16,317    |
| 3. 0,519 × 3,2        | R. 1,6608    |
| 4. 0,32 × 4,578       | R. 1,46496   |
| 5. 0,582 × 12,51      | R. 7,29828   |
| 6. 15,238 × 3,459     | R. 52,705212 |
| 7. 5,2 × 0,05 × 0,23  | R. 0,0598    |
| 8. 0,053 × 2,1 × 1,35 | R. 0,15172   |
| 9. 2,518 × 0,52 × 2,7 | R. 3,577392  |
| 10. 3,008 × 15 × 2,04 | R. 92,0148   |

Efetuar as seguintes divisões:

- |                      |              |
|----------------------|--------------|
| 1. 2,8 ÷ 2           | R. 1,4       |
| 2. 32 ÷ 0,4          | R. 80        |
| 3. 1,05 ÷ 0,7        | R. 1,5       |
| 4. 0,75 ÷ 0,125      | R. 6         |
| 5. 14,464 ÷ 4,32     | R. 3,2       |
| 6. 4 ÷ 3,2           | R. 1,25      |
| 7. 0,002 ÷ 0,032     | R. 0,0625    |
| 8. 0,009 ÷ 11        | R. 0,0008181 |
| 9. 0,1396 ÷ 3        | R. 0,146533  |
| 10. 0,043264 ÷ 0,052 | R. 0,832     |



Determinar os quocientes das seguintes divisões:

a) com aproximação de  $\frac{1}{10}$       b) com aproximação de  $\frac{1}{100}$

1. $21 \div 6$	R. 3,5	1. $0,72 \div 16$	R. 0,04
2. $5 \div 11$	R. 0,4	2. $11 \div 3$	R. 3,66
3. $9 \div 3,5$	R. 2,5	3. $8 \div 0,9$	R. 8,88
4. $7,2 \div 5$	R. 1,4	4. $0,051 \div 0,032$	R. 1,59
5. $5,3 \div 1,4$	R. 3,7	5. $2,47 \div 3,7$	R. 0,66

Calcular o valor das expressões seguintes:

1. $(15,8 + 3,2) \times 4$	R. 76
2. $(4,9 + 12,3 - 0,54) \times 3,2$	R. 53,312
3. $(0,25 + 22,43 - 5,4) \times (3 + 0,112)$	R. 53,77530
4. $(15 + 8,3 - 16,4) \times (2,4 - 1,8)$	R. 4,14
5. $4 + 2,35 \times 0,8 - (3 + 4,21 - 3,12)$	R. 1,70
6. $(8,15 - 0,32 + 3,9) - (1,25 \times 0,4)$	R. 9,23
7. $(8,3 + 3,5 \times 2) \times 3,1 - (5,2 - 2,51) \times 2$	R. 42,05
8. $(3,52 + 2,7) \times 2 + 7,5 + 3$	R. 14,94
9. $(15,4 - 12,052) + 0,2 - 1,32$	R. 15,42
10. $32 - (3,4 \times 2,31 - 4,2) + 0$	R. 31,504
11. $4,8 + 2,4 \times 3 - (0,72 + 0,30 + 1,5)$	R. 2,5
12. $5 + 0,4 + 0,08 - (2,7 - 1,4 \times 0,2) \times 3,4$	R. 1,772
13. $0,125 + 5 + 4 \times 2,4 - (0,82 + 2 \times 3 + 2,0)$	R. 5,795
14. $(5 + 1,2 - 7,5 + 5) \times 4 - 2,8 \div 7 + 0,0$	R. 31
15. $(3,4 + 2,6 + 1,3) \times (0,35 + 7 - 0,04) + 4,8 \div 2$	R. 2,454

### PROBLEMAS

- Qual a maior e qual a menor das frações 0,4 ; 0,53 ; 0,55 e 0,543 ?  
R. 0,55 é a maior e 0,4 a menor.
- Um decímetro cúbico de ferro pesa 7kg,8, e um decímetro cúbico de aço, 7,85kg. Qual o mais pesado ?  
R. Um decímetro cúbico de aço.

3. Combinando-se um litro de oxigênio, que pesa 1,42877 gramas, com 2 litros de hidrogênio, que pesam 0,1797gr, resultam 2 litros de vapor d'água. Quanto pesam estes ?

R. 1,60847 gramas

4. Em um litro de ar do campo há 0,202 litros de gás carbônico e no ar da cidade 0,032 litros mais. Quanto há de gás carbônico em um litro de ar da cidade ?

R. 0,324 litros

5. Uma vidraça de uma construção bem cuidada desperdiça 0,253 pelos caixilhos, 0,09 pelos vidros, e 0,18 pelos estores ou cortinados. De quanto é o desperdício ?

R. De 0,528.

6. Os 0,2534 de um ano, com os 0,734, com 0,03 formam um ano completo ?

R. Formam 1,0174

7. Os poros de uma massa de areia representam 0,338 de seu volume ; 0,102 já se acham repletos de água. Quantos estão ainda vazios ?

R. 0,586

8. De quanto a densidade do hidrogênio, que é de 0,0095, é excedida pela do azoto, que é de 0,97 ?

R. 0,9005

9. A composição do pão é a seguinte : amido — 0,5146 ; açúcar — 0,0402 ; matérias azotadas — 0,0706, matérias gordurosas — 0,0046 ; corpos secundários — 0,0141 e o restante água. Qual é a porção desta ? R. 0,5559

10. Misturam-se um litro de vinho Claret que tem 0,0596 de álcool, com 3 litros de Champegne que tem cada um 0,125 de álcool. A mistura chega a ter meio litro de álcool ?

R. Faltam 0,0654

11. Uma garrafa de vinho do Porto tem 0,289 de álcool. Quanto de álcool contém 6 garrafas ? R. 1,734.

Determinar os quocientes das seguintes divisões:

- a) com aproximação de  $\frac{1}{10}$       b) com aproximação de  $\frac{1}{100}$
- |                   |        |                       |         |
|-------------------|--------|-----------------------|---------|
| 1. $21 \div 6$    | R. 3,5 | 1. $0,72 \div 16$     | R. 0,04 |
| 2. $5 \div 11$    | R. 0,4 | 2. $11 \div 3$        | R. 3,66 |
| 3. $9 \div 3,5$   | R. 2,5 | 3. $8 \div 0,9$       | R. 8,88 |
| 4. $7,2 \div 5$   | R. 1,4 | 4. $0,051 \div 0,032$ | R. 1,59 |
| 5. $5,3 \div 1,4$ | R. 3,7 | 5. $2,47 \div 3,7$    | R. 0,66 |

Calcular o valor das expressões seguintes:

- |  |             |
|--|-------------|
| 1. $(15,8 + 3,2) \times 4$                                       | R. 76       |
| 2. $(4,9 + 12,3 - 0,54) \times 3,2$                              | R. 53,312   |
| 3. $(0,23 + 22,43 - 5,4) \times (3 + 0,112)$                     | R. 53,77536 |
| 4. $(15 + 8,3 - 16,4) \times 2,4 - 1,8$                          | R. 4,14     |
| 5. $4 + 2,35 \times 0,8 - (3 + 4,21 - 3,12)$                     | R. 1,79     |
| 6. $(6,15 - 0,32 + 3,9) - (1,25 \times 0,4)$                     | R. 9,23     |
| 7. $(8,3 + 3,5 \times 2) \times 3,1 - (5,2 - 2,51) \times 2$     | R. 42,05    |
| 8. $(3,52 + 2,7) \times 2 + 7,5 + 3$                             | R. 14,94    |
| 9. $(15,4 - 12,052) + 0,2 - 1,32$                                | R. 15,42    |
| 10. $32 - (3,4 \times 2,31 - 4,2) + 9$                           | R. 31,594   |
| 11. $4,8 + 2,4 \times 3 - (0,72 \div 0,36 + 1,5)$                | R. 2,5      |
| 12. $5 + 0,4 + 0,08 - (2,7 - 1,4 \times 0,2) \times 3,4$         | R. 1,772    |
| 13. $0,125 + 5 + 4 \times 2,4 - (0,82 + 2 \times 3 + 2,6)$       | R. 5,795    |
| 14. $(5 + 4,2 - 7,5 + 5) \times 4 - 2,8 + 7 + 0,6$               | R. 31       |
| 15. $(3,4 + 2,6 \div 1,3) \times (0,35 + 7 - 0,04) + 4,8 \div 2$ | R. 2,454    |

### PROBLEMAS.

- Qual a maior e qual a menor das frações  $0,4$ ;  $0,53$ ;  $0,55$  e  $0,515$ ?  
R.  $0,55$  é a maior e  $0,4$  a menor
- Um decímetro cúbico de ferro pesa  $7\text{kg},8$ , e um decímetro cúbico de aço,  $7,85\text{kg}$ . Qual o mais pesado?  
R. Um decímetro cúbico de aço.

3. Combinando-se um litro de oxigênio, que pesa  $1,42877$  gramas, com 2 litros de hidrogênio, que pesam  $0,1797\text{gr}$ , resultam 2 litros de vapor d'água. Quanto pesam estes?

R.  $1,60847$  gramas

4. Em um litro de ar do campo há  $0,292$  litros de gás carbônico e no ar da cidade  $0,032$  litros mais. Quanto há de gás carbônico em um litro de ar da cidade?

R.  $0,324$  litros

5. Uma vidraça de uma construção bem cuidada desperdiça  $0,253$  pelos caixilhos;  $0,09$  pelos vidros, e  $0,18$  pelos estores ou cortinados. De quanto é o desperdício?

R. De  $0,523$ .

6. Os  $0,2534$  de um ano, com os  $0,734$ , com  $0,03$  formam um ano completo?

R. Formam  $1,0174$

7. Os poros de uma massa de areia representam  $0,338$  de seu volume;  $0,102$  já se acham repletos de água. Quantos estão ainda vazios?

R.  $0,556$

8. De quanto a densidade do hidrogênio, que é de  $0,0695$ , é excedida pela do azoto, que é de  $0,97$ ?

R.  $0,9005$

9. A composição do pão é a seguinte: amido —  $0,5146$ ; açúcar —  $0,0402$ ; matérias azotadas —  $0,0706$ ; matérias gordurosas —  $0,0046$ ; corpos secundários —  $0,0141$  e o restante água. Qual é a porção desta? R.  $0,9559$

10. Misturam-se um litro de vinho Claret que tem  $0,0596$  de álcool, com 3 litros de Champagne, que tem cada um  $0,125$  de álcool. A mistura chega a ter meio litro de álcool?

R. Faltam  $0,0654$

11. Uma garrafa de vinho do Porto tem  $0,289$  de álcool. Quanto de álcool contém 6 garrafas? R.  $1,734$



12. Uma garrafa de cerveja Pilsen tem 0,0347 de álcool. Quanto contém 7 garrafas e 0,75? R. 0,268925

13. O ano juliano anualmente avançava com um erro de 0,007744 de dia sobre o ano astronômico. Estando oficialmente em vigor durante 1257 anos, qual foi o erro acumulado no fim desse tempo? R. 9 dias, 734208

14. O mês lunar tem 29 dias, 530505; 102 meses lunares, 352 a quantos dias correspondem? R. 3022 dias, 506247760

15. A distância média de Venus ao Sol é 0,72333 da distância da Terra ao Sol, que é de 148000000 km. Qual é a distância média de Venus à Terra? R. 40947160 km

16. Quanto de água há em 48 litros de leite de vaca, sabendo-se que um litro de leite tem 0,875 de água? R. 42 litros

17. Um litro de ar aquecido de 50 graus aumenta de volume 0,1835. Para o aquecimento de um grau qual o aumento de volume? R. 0,00367

18. Um fio de cobre de 82 metros de comprimento alonga-se de 0m 001394 quando a temperatura se eleva de um grau. Qual o alongamento de um fio de um metro nas mesmas condições? R. 0m,000017

19. Quanto de azoto há em um litro de ar, sabendo-se que em 0,537 de ar há 0,421545 de azoto? R. 0,785

20. Sabendo-se que em 0,345 de um quilo de carne de boi gorda há 0kg 99108 de gordura, quanto gordura há em 1 quilo de carne? R. 0kg,264

21. Quantas camadas de tijolos são necessárias para se levantar paredes de 15m,504 de altura, considerando-se que a altura de uma camada de tijolos é de 0m,076? R. 204 camadas.

## Sistema métrico decimal

**Definição.** — Sistema métrico decimal é a reunião de pesos e medidas que têm por base o metro e cujas relações entre as unidades da mesma espécie são decimais.

**Unidades principais.** — O sistema métrico decimal emprega na medida das grandezas as seguintes unidades principais:

Unidade de comprimento:	metro
Unidade de superfície:	metro quadrado
Unidade de volume:	metro cúbico
Unidade de peso:	quilograma
Unidade de capacidade:	litro

**Unidades secundárias.** — Não sendo suficientes, para os usos ordinários da vida prática, as unidades principais, adotaram-se outras, que também estão entre si em relação decimal. São as unidades secundárias. São estas múltiplos e submúltiplos da unidade principal.

Múltiplos decimais são unidades dez, cem, mil, etc. vezes maiores do que a unidade principal.

Designam-se os múltiplos, juntando-se à unidade principal os seguintes prefixos gregos :

*deca*, que significa 10,  
*hecto*, que significa 100,  
*quilo*, que significa 1000,  
*miria*, que significa 10000.

Submúltiplos decimais são unidades dez, cem, mil, etc. vezes menores do que a unidade principal.

Para designá-los, juntam-se à unidade principal os seguintes prefixos latinos :

*deci*, que significa 0,1,  
*centi*, que significa 0,01,  
*mili*, que significa 0,001.

Cada unidade principal, com os seus múltiplos e submúltiplos, forma uma classe de medidas

**Medidas efetivas.** — Chamam-se *medidas efetivas* ou *reais* as medidas feitas de madeira, ferro, etc., que se manejam no comércio e na indústria, cujas formas são reguladas por lei e cuja exatidão é verificada periodicamente pelo Governo. *Ex.* : o metro, o duplo-decímetro, etc. As outras medidas que não se podem manejar, como o quilômetro, são denominadas *medidas imaginárias* ou de *cálculo*.

## MEDIDAS DE COMPRIMENTO

A unidade principal das medidas de comprimento é o metro, base de todo o sistema.

O comprimento do metro é aproximadamente a décima milionésima parte de um quarto do mer-

diano terrestre. Este comprimento é pouco maior que 1m,0002.

O metro é designado abreviadamente pela letra *m*

As unidades de comprimento usadas no Brasil são :

Nome	Abreviaturas	Valores
Quilômetro	km	1000 metros
hectômetro	hm	100 metros
decâmetro	dam	10 metros
metro	m	Unidade principal
decímetro	dm	0,1 do metro
centímetro	cm	0,01 do metro
milímetro	mm	0,001 do metro

### Numeração das unidades de comprimento.

Do exposto verifica-se que a relação entre as unidades de comprimento do sistema métrico decimal é expressa pelo número 10, isto é, *cada unidade de comprimento é dez vezes maior que a unidade imediatamente inferior.*

Assim,

$$15\text{hm} = 150\text{dam},$$

$$12\text{dm} = 120\text{cm} \text{ e } 8\text{cm} = 80\text{mm}$$

**Modo de escrever e de ler.** — Os números que exprimem medidas de comprimento escrevem-se e lêem-se como os números inteiros e decimais

**Exemplos.** O número 5 quilômetros, 3 hectômetros, 6 decâmetros, 2 metros e 4 decímetros, escreve-se

$$5362\text{m},4$$

O número

$$5\text{m},32$$

lê-se : cinco metros e trinta e dois centímetros



**Mudança de unidade.** — Para mudar a unidade, em que está escrito um número, para outra que seja múltiplo ou submúltiplo da primeira, emprega-se a seguinte

**Regra.** — Para passar um número escrito de uma para outra unidade, muda-se a vírgula, 1, 2, 3, etc. casas para a esquerda, se a nova unidade é 10, 100, 1000, etc. vezes maior do que a primeira; se for 10, 100, 1000, etc. vezes menor, muda-se a vírgula 1, 2, 3, etc. casas para a direita.

Assim, temos

$$532m,4 = 5324dm = 53240cm$$

$$532m,4 = 53dam,24 = 5hm,324 = 0,km5324$$

**Medidas efetivas.** As medidas empregadas constantemente na prática são: o decâmetro, o duplo-decâmetro, o metro, o duplo-metro, o decímetro e o duplo-decímetro.

## MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

As unidades de superfície são áreas de quadrados que têm para lado qualquer das unidades de comprimento (1)

A unidade principal das medidas de superfície é o metro quadrado, cuja abreviatura é  $m^2$ . O metro quadrado é a área do quadrado que tem um metro de lado

(1) Veja Elementos de Geometria e Desenho Linear do mesmo autor.

As unidades de superfície usadas no Brasil são:

Nomes	Abreviaturas	Valores
Quilômetro quadrado	$km^2$	1000000 $m^2$
hectômetro quadrado	$hm^2$	10000 $m^2$
decâmetro quadrado	$dam^2$	100 $m^2$
metro quadrado	$m^2$	Unidade principal
decímetro quadrado	$dm^2$	0,01 $m^2$
centímetro quadrado	$cm^2$	0,0001 $m^2$
milímetro quadrado	$mm^2$	0,000001 $m^2$

**Numeração das unidades de superfície.** — A relação entre as unidades de superfície é expressa pelo número 100, isto é, cada unidade de superfície é cem vezes maior que a unidade imediatamente inferior

Assim,

$$7dam^2 = 700m^2, \quad 5m^2 = 500dm^2, \quad 12dm^2 = 1200cm^2, \text{ etc}$$

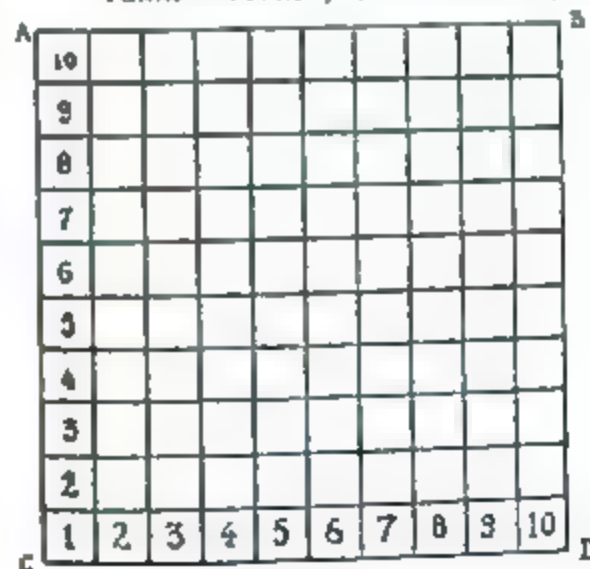


Fig. 1

Com efeito, o quilômetro quadrado é o quadrado que tem um quilômetro de lado. E como o quilômetro tem 10 hectômetros, o quilômetro quadrado é um quadrado que tem 10 X 10 ou 100 hectômetros quadrados de superfície (fig. 1)

Assim,

1 quilômetro quadrado	=	100 hectômetros quadrados
1 hectômetro quadrado	=	100 decâmetros quadrados
1 decâmetro quadrado	=	100 metros quadrados
1 metro quadrado	=	100 decímetros quadrados
1 decímetro quadrado	=	100 centímetros quadrados
1 centímetro quadrado	=	100 milímetros quadrados

Dai se conclue que para exprimir os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado devem ser empregados dois algarismos.

**Modo de escrever e de ler.** — Para ler números que exprimem medidas de superfície, lê-se a parte inteira, com a respectiva designação da unidade empregada, e em seguida a parte decimal, com a denominação da menor unidade contida no número considerado.

*Exemplo* O número

$35m^2,5043$

lê-se: trinta e cinco metros quadrados, cinco mil e quarenta e três centímetros quadrados

Para escrever números que exprimem medidas de superfície, empregam-se dois algarismos para cada unidade

*Exemplo* O número 5 quilômetros quadrados, 4 decímetros quadrados, vinte e cinco metros quadrados, oitenta e cinco decímetros quadrados e nove centímetros quadrados escreve-se

$5000425m^2,8509$

**Mudança de unidade.** — Para mudar a unidade, em que está escrito um número, para outra que seja múltipla ou submúltipla da primeira, emprega-se a seguinte

**Regra.** — Para passar um número escrito de uma para outra unidade, muda-se a vírgula 2, 4, 6, etc. casas para a esquerda, se a nova unidade é 100, 10000, 1000000, etc. vezes maior do que a antiga; e muda-se a vírgula 2, 4, 6, etc. casas para a direita, se for 100, 10000, 1000000, etc. vezes menor.

Assim, temos

$$42m^2,5872 = 4258dm^2,72 = 425872cm^2 = 42587200mm^2$$

$$\text{e } 42m^2,5872 = 0dam^2,425872 = 0hm^2,00425872$$

**Medidas agrárias.** — Chamam-se unidades agrárias as que são geralmente empregadas para medir superfície de terreno

A unidade principal é o *are*, cuja abreviatura é *a*. O *are* é um decâmetro quadrado, isto é, um quadrado que tem 10 metros de lado ou 100 metros quadrados de superfície.

As unidades agrárias empregadas no Brasil são

Nomes	Abreviaturas	Valores	Valores
Hectare	ha	100	10000 met quadr
are	a	Unid princ	100 met quadr
centiare	ca	0,01	1 met quadr

**Numeração.** — A relação entre as unidades agrárias é expressa pelo número 10, isto é cada unidade agrária é dez vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

Assim,

$$15ha,458 = 1545a,8 = 154580ca$$

Dai se conclue que, nas medidas agrárias, os números lêem-se e escrevem-se segundo as regras dadas para as medidas de comprimento. Do mesmo modo,



a mudança de unidade obedece à mesma regra dada para as medidas de comprimento.

**Observação.** - Não há medidas *efetivas* para as superfícies, que se calculam, depois de medidas por meio das unidades de comprimento.

## MEDIDAS DE VOLUME

As medidas de volume são cubos, que têm para aresta qualquer das unidades de comprimento.

A unidade principal das medidas de volume é o metro cúbico, que se representa abreviadamente por  $m^3$ . O metro cúbico é o volume de um cubo que tem um metro de aresta.

As unidades de volume usadas no Brasil são :

Nomes	Abreviaturas	Valores
Quilômetro cúbico	$km^3$	1000000000 met cúbicos
Hectômetro cúbico	$hm^3$	1000000 met cúbicos
Decâmetro cúbico	$dam^3$	1000 met cúbicos
Metro cúbico	$m^3$	Unidade principal
Decímetro cúbico	$dm^3$	0,001 do met. cúbico
Centímetro cúbico	$cm^3$	0,000001 do met cúbico
Milímetro cúbico	$mm^3$	0,000000001 do met cúbico

**Numeração das unidades de volume.** - A relação entre as unidades de volume é expressa pelo número 1000, isto é, cada unidade de volume é mil vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

Portanto,

$$5dam^3 = 5000m^3, \quad 8m^3 = 8000dm^3; \quad 15dm^3 = 15000cm^3$$

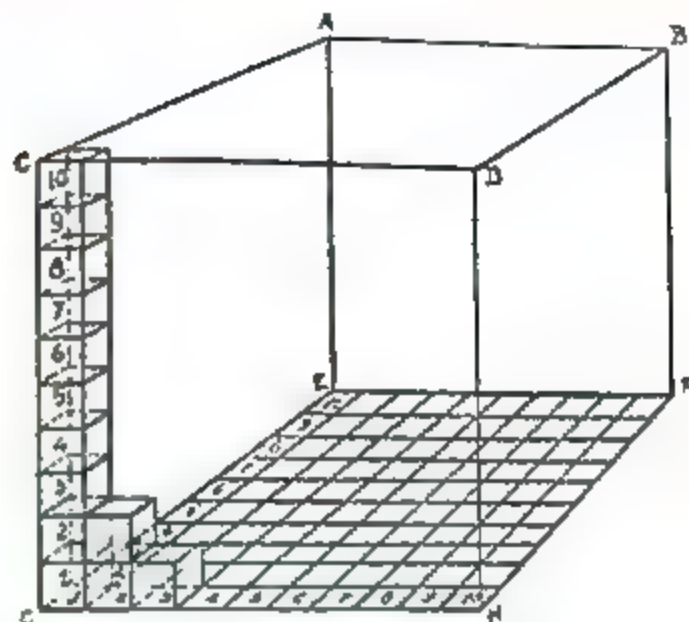


Fig. 2

Com efeito, o quilômetro cúbico é um cubo que tem um quilômetro de aresta; ora, como um quilômetro tem 10 hectômetros, segue-se que o quilômetro cúbico é um cubo que tem  $10 \times 10 \times 10$  ou 1000 hectômetros cúbicos de volume (fig. 2).

Assim,

1 quilômetro cúbico	=	1000 hectômetros cúbicos
1 hectômetro cúbico	=	1000 decâmetros cúbicos
1 decâmetro cúbico	=	1000 metros cúbicos
1 metro cúbico	=	1000 decímetros cúbicos
1 decímetro cúbico	=	1000 centímetros cúbicos
1 centímetro cúbico	=	1000 milímetros cúbicos

Dai se conclue que devem ser empregados três algarismos para exprimir os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico.

**Modo de escrever e de ler.** — Para ler números que exprimem medidas de volume, lê-se a parte inteira, com a designação da unidade empregada e, em seguida, a decimal, com a denominação da menor unidade contida no número dado.

*Exemplo.* O número

$125\text{m}^3,006100$

lê-se: cento e vinte e cinco metros cúbicos e seis mil e cem centímetros cúbicos.

Para escrever números que exprimem medidas de volume, empregam-se três algarismos para cada unidade.

*Exemplo.* O número 8 decímetros cúbicos, 5 metros cúbicos, 121 decímetros cúbicos e 7 centímetros cúbicos escreve-se

$8005\text{m}^3,121007$

**Mudança de unidade.** — Emprega-se a seguinte

**Regra.** — Para passar um número escrito de uma para outra unidade, muda-se a vírgula 3, 6, etc. casas para a esquerda se a nova unidade é 1000, 1000000, etc. vezes maior do que a primeira; quando for 1000, 1000000, etc. vezes menor, desloca-se a vírgula 3, 6, etc. casas para a direita

Assim temos

$$185\text{m}^3,842305 = 185842\text{dm}^3,305 = 185842305\text{cm}^3 \text{ e } 185\text{m}^3,842305 = 0\text{dam}^3,185842305 = 0\text{hm}^3,000185842305$$

**Medidas efetivas.** — Nas medidas de lenha e madeira de construção, emprega-se o *estério*, isto é, um cubo que tem um metro de aresta. Designa-se abreviadamente pela letra *s*. Os seus múltiplos e submúltiplos são decimais

## MEDIDAS DE PÊSO

**Pêso e massa.** — *Pêso* de um corpo é a resultante de todas as ações que a gravidade exerce sobre ele

O esforço que é necessário realizar no vácuo, para impedir que o corpo caia, denomina-se *pêso absoluto*. Varia de um lugar para outro do globo terrestre.

*Pêso relativo* é o número que indica quantas vezes o *pêso absoluto* de um corpo é maior ou menor do que a unidade de *pêso*. Esse *pêso*, para o mesmo corpo, é o mesmo em qualquer lugar da Terra.

*Massa* de um corpo é a quantidade de matéria que ele contém. Também é independente da situação do corpo.

O *pêso relativo* e a *massa* de um corpo são representados pelo mesmo número. As balanças, aparelhos com que determinamos o *pêso* dos corpos, também fornecem, pois, o valor de sua *massa*

**Unidade principal e secundárias.** — A unidade principal das medidas de *pêso* é o *quilograma*

O *quilograma* é o *pêso*, no vácuo, de um decímetro cúbico de água destilada na sua maior densidade (4 graus centígrados acima de zero).

Designa-se abreviadamente por *kg*.

As unidades de *pêso* usadas no Brasil são:

Nomes	Abreviaturas	Valores
Tonelada	t	1000 kg
quintal métrico	q	100 "
quilograma	kg	Unidade principal



Nomes	Abreviações	Valores
hectograma	hg	0 1 kg
decagrama	dag	0,01 "
grama	g	0,001 "
decagrama	dg	0,0001 "
centígrama	cg	0,00001 "
miligrama	mg	0,000001 "

**Numeração.** — A relação existente entre as medidas de peso é a mesma que a das medidas de comprimento, isto é, cada unidade de peso é dez vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

Assim,

$$5\text{kg} = 50\text{hg}; 8\text{hg} = 80\text{dag}; 17\text{g} = 170\text{dg}$$

**Modo de escrever e de ler.** — Os números que representam unidades de peso são escritos e lidos como os números que exprimem unidades de comprimento

Assim, o número 48 quilogramas, 4 hectogramas, 3 decagramas e 8 grammas, escreve-se

$$48\text{kg}, 438$$

O número

$$105\text{kg}, 71$$

le-se cento e cinco quilogramas e setenta e um decagramas

**Mudança de unidade.** — Realiza-se como nas medidas de comprimento.

Exemplo

$$25\text{q } 2693 = 2526\text{kg } 93 = 252693\text{dag} = 2526930\text{g}$$

**Medidas efetivas.** — Há três grupos de medidas efetivas, cuja forma e dimensões são determinadas por lei.

O primeiro grupo destina-se a grandes pesadas e é formado de 10 pesos, que vão de 50 quilogramas a 50 grammas (Fig. 3)

O segundo grupo é empregado nas pesadas médias e é formado de 13 pesos, que vão de 10 quilogramas a 1 grama



Fig. 4



O terceiro grupo, usado nas pequenas pesadas (de precisão), consta de 9 pesos que vão de 0,5 grammas até o miligrama (Fig. 4). Estas últimas pesadas são geralmente empregadas nos gabinetes e laboratórios

**Relações entre pesos e volumes.** — É fácil concluir que:

- 1cm<sup>3</sup> de água pura pesa aproximadamente 1g
- 1dm<sup>3</sup> de água pura pesa aproximadamente 1kg
- 1m<sup>3</sup> de água pura pesa aproximadamente 1t

## DENSIDADE

Os corpos não têm todos o mesmo peso sob o mesmo volume. Um decímetro cúbico de chumbo, por exemplo, pesa mais do que um decímetro cúbico de cortiça. Daí resulta a noção de *densidade* — diz-se que o chumbo é mais denso que a cortiça.

Para comparar o peso dos corpos, tomados com o mesmo volume, usa-se como termo de comparação a água destilada à temperatura de 4° centígrado acima de zero (1).

Um decímetro cúbico de água pesa 1 quilograma, se o mesmo volume de um corpo pesar 25 quilogramas, a sua densidade será 25. Um decímetro cúbico de ferro, p. ex., pesa 7kg,8; a densidade do ferro é, portanto, 7,8.

Portanto, *densidade* de um corpo é o número que indica quantas vezes esse corpo pesa mais ou menos do que o mesmo volume de água destilada, à temperatura de 4° centígrado acima de zero.

**Observação.** — O peso de um corpo, em grammas, obtém-se multiplicando a densidade pelo número de  $\text{cm}^3$  que representa o seu volume.

Assim, o peso de  $35\text{cm}^3$  de ferro será

$$7,8 \times 35 = 273\text{g}$$

(1) Veja *Ciências Físicas e Naturais* do mesmo autor

## MEDIDAS DE CAPACIDADE

A unidade principal de capacidade é o *litro*.

*Litro* é o volume ocupado por um quilograma de água pura, à temperatura de 4° centígrados, sob pressão atmosférica normal. Corresponde à capacidade de 1 decímetro cúbico, isto é, a 0,001 do metro cúbico. Representa-se abreviadamente pela letra *l*.

As unidades secundárias empregadas em nosso país são:

Nomes	Abreviaturas	Valores
Quilolitro	kl	1000 litros
hectolitro	hl	100 "
decalitro	dal	10 "
litro	l	Unidade principal
decilitro	dl	0,1 do litro
centilitro	cl	0,01 " "
mililitro	ml	0,001 " "

**Numeração** — A relação que existe entre as unidades de capacidade é a mesma que a das medidas de comprimento, isto é, cada unidade de capacidade é dez vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

Assim,

$$85\text{hl} = 850\text{dal}, \quad 5\text{dal} = 50\text{l}; \quad 7\text{l} = 70\text{dl}$$

**Modo de escrever e de ler.** — Os números que exprimem unidades de capacidade lêem-se e escrevem-se como os que exprimem unidades de comprimento.



Dê-se modo, o número 8 litros, 5 decilitros e 4 mililitros, escreva-se

8l,504

O número

45l,043

Lê-se: quarenta e cinco litros e quarenta e três mililitros

**Mudança de unidade.** — Realiza-se como nas medidas de comprimento.

Exemplo

$$28^{\text{hl}},543 = 285^{\text{dl}},43 = 28543^{\text{l}} = 285430^{\text{ml}}$$

**Medidas efetivas.** — As mais usadas são as seguintes: centilitro, duplo-centilitro, decilitro, du-



Fig. 5

plo-decilíto, meio-líto, líto (Fig. 5), duplo-líto, decalíto

EXERCÍCIOS

## MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Ler os seguintes números

1. 4m,8	5. 58m,45	9. 503m,485
2. 6dam,43	6. 32hm,328	10. 45km,3452
3. 8l m 135	7. 42dam 625	11. 102dl m, 108
4. 62km,325	8. 2km,4258	12. 204hm,5975

Escrever os seguintes números referindo-se à unidade  
1) metro; 2) centímetro; 3) decâmetro; 4) hectômetro

- 6 metros e 15 decímetros
- 8 metros e 5 centímetros
- 15 metros e 125 milímetros
- 9 decímetros
- 32 centímetros
- 725 milímetros
- 18 milímetros
- 45 centímetros
- 27 decímetros
- 1425 decímetros
- 985 centímetros
- 15 metros e 42 milímetros
- 8 decâmetros e 6 centímetros
- 25 decâmetros e 35 milímetros
- 5 hectômetros, 4 decâmetros e 5 metros
- 7 quilômetros, 6 decâmetros e 8 metros
- 28 decâmetros e 1825 milímetros
- 8 hectômetros e 7 decímetros
- 42 quilômetros e 18 decâmetros
- 6 decâmetros e 82 centímetros

Reduzir:

a) ao metro

1. 8km,4	R. 8400m
2. 25hm,07	R. 2507m
3. 4dam,028	R. 40m,28
4. 12526cm	R. 125m,26
5. 42dm	R. 4m,2

b) ao decâmetro

6. 1804m,6	R. 180dam,46
7. 72hm,405	R. 724dam,05
8. 504km,008	R. 50400dam,8
9. 845dm,9	R. 8dam,459
10. 72cm	R. 0dam,072

c) ao hectômetro

11. 12m,75	R. 0hm,1275
12. 25dam,08	R. 2hm,508
13. 0m,058	R. 0hm,00058
14. 5km,43	R. 54hm,3
15. 8dm,32	R. 0hm,00832

d) ao decímetro

16. 2km 04	R. 20400dm
17. 52hm 22	R. 52220dm
18. 4Jam,5	R. 450dm
19. 0m,05	R. 0dm,5
20. 835mm	R. 8dm,35

## MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

Ler os números seguintes :

1. 12m <sup>2</sup> ,15	5. 2dam <sup>2</sup> ,34	9. 0hm <sup>2</sup> ,48
2. 5m <sup>2</sup> ,04	6. 42dam <sup>2</sup> ,0318	10. 52hm <sup>2</sup> ,1235
3. 3m <sup>2</sup> ,4572	7. 4dam <sup>2</sup> ,70	11. 0km <sup>2</sup> ,3205
4. 0m <sup>2</sup> ,0506	8. 15dam,050032	12. 12km <sup>2</sup> ,045234

Escrever os números seguintes, referindo-se à unidade

1) metro quadrado ; 2) decímetro quadrado ; 3) decâmetro quadrado.

1. 12 metros quadrados, 32 decímetros quadrados e 14 centímetros quadrados

2. 15 decímetros quadrados e 28 centímetros quadrados.

3. 11 metros quadrados, 18 decímetros quadrados e 5 centímetros quadrados.

4. 4 metros quadrados e 15 centímetros quadrados

5. 8 metros quadrados e 25 milímetros quadrados

6. 12 metros quadrados, 8 centímetros quadrados e 7 milímetros quadrados

7. 22 metros quadrados, 4 decímetros quadrados e 128 milímetros quadrados

8. 8 decâmetros quadrados, 4 metros quadrados e 5 centímetros quadrados

9. 15 decâmetros quadrados e 58 centímetros quadrados

10. 25 decâmetros quadrados e 322 milímetros quadrados

11. 15 hectômetros quadrados e 102 metros quadrados

12. 5 hectômetros quadrados e 325 decímetros quadrados

13. 5 hectômetros quadrados e 25 metros quadrados

14. 8 quilômetros quadrados e 14 metros quadrados.

15. 6 quilômetros quadrados, 9 decâmetros quadrados e 5 metros quadrados

Reduzir

a) ao metro quadrado

1. 4km <sup>2</sup> ,4568	R. 4456800m <sup>2</sup>
2. 25hm <sup>2</sup> ,32	R. 253200m <sup>2</sup>
3. 144dm <sup>2</sup> ,0542	R. 14405m <sup>2</sup> ,42
4. 3hm <sup>2</sup> ,0045	R. 30045m <sup>2</sup>
5. 2dm <sup>2</sup> ,42	R. 0m <sup>2</sup> ,0212

b) ao decímetro quadrado

6. 2km <sup>2</sup> ,45	R. 24500Jam <sup>2</sup>
7. 43hm <sup>2</sup> ,0038	R. 4300dam <sup>2</sup> ,58
8. 25m <sup>2</sup> ,08	R. 0dam <sup>2</sup> ,2508
9. 3249Jam <sup>2</sup> ,83	R. 0dam <sup>2</sup> ,324983
10. 1842cm <sup>2</sup> ,53	R. 0dam <sup>2</sup> ,00184253

c) ao decímetro quadrado

11. 2km <sup>2</sup> ,13	R. 243000000dm <sup>2</sup>
12. 5hm <sup>2</sup> ,4832	R. 5483200dm <sup>2</sup>
13. 82Jam,40	R. 82400dm <sup>2</sup>
14. 0m <sup>2</sup> ,05	R. 5dm <sup>2</sup>
15. 52cm <sup>2</sup> ,4053	R. 0dm <sup>2</sup> ,524053



d) ao centímetro quadrado

16. $0\text{km}^2,5432$	R. $5432000000\text{cm}^2$
17. $2\text{hm}^2,48$	R. $248000000\text{cm}^2$
18. $0\text{dam}^2,35$	R. $350000\text{cm}^2$
19. $5\text{m}^2,22$	R. $52200\text{cm}^2$
20. $4\text{mm}^2,85$	R. $0\text{cm}^2,0485$

## MEDIDAS AGRÁRIAS

Ler os seguintes números :

1. $15^{\circ}8$	4. $342^{\circ},005$	7. $12^{\circ},008$	10. $25\text{ha},003$
2. $8^{\circ},153$	5. $2\text{ha},842$	8. $15\text{ha},0083$	11. $8\text{ca},5$
3. $0^{\circ},06$	6. $39\text{ha},405$	9. $0\text{ha},0042$	12. $42\text{ha},523$

Escrever os números seguintes, referindo-se à unidade

1) are ; 2) hectare ; 3) centiare

- 28 ares e 6 centiares
- 58 ares e 35 centiares
- 25 hectares e 15 ares.
- 418 centiares.
- 15 hectares e 2 centiares
- 5218 centiares.
- 8 hectares, 25 ares e 12 centiares
- 12 ares e 8 centiares.
- 9 hectares e 1802 centiares
- 42 ares e 25 centiares

Reduzir :

a) ao hectare

1. $1425^{\circ}$	R. $14\text{ha},25$	6. $425\text{ha},7$	R. $42570^{\circ}$
2. $358\text{ca}$	R. $0\text{ha},0358$	7. $835\text{ca},25$	R. $8^{\circ},5325$
3. $32^{\circ},52$	R. $0\text{ha},3252$	8. $0\text{ha},513$	R. $51^{\circ},3$
4. $0^{\circ},425$	R. $0\text{ha},0042$	9. $8452\text{ca}$	R. $84^{\circ},52$
5. $325^{\circ},85$	R. $3\text{ha},2585$	10. $0\text{ca},54$	R. $0^{\circ},0054$

b) ao are

6. $425\text{ha},7$	R. $42570^{\circ}$
7. $835\text{ca},25$	R. $8^{\circ},5325$
8. $0\text{ha},513$	R. $51^{\circ},3$
9. $8452\text{ca}$	R. $84^{\circ},52$
10. $0\text{ca},54$	R. $0^{\circ},0054$

c) ao centiare

11. $152^{\circ}$	R. $15200\text{ca}$
12. $0\text{ha},34$	R. $3400\text{ca}$
13. $85^{\circ},423$	R. $8542\text{ca},3$
14. $5\text{ha},4082$	R. $54082\text{ca}$
15. $0^{\circ},0032$	R. $0\text{ca},32$

d) ao metro quadrado

16. $15^{\circ}$	R. $1500\text{m}^2$
17. $8^{\circ},72$	R. $872\text{m}^2$
18. $0^{\circ},452$	R. $45\text{m}^2,2$
19. $5\text{ha},43$	R. $54300\text{m}^2$
20. $0\text{ha},052$	R. $520\text{m}^2$

e) ao are

21. $1200\text{m}^2$	R. $12^{\circ}$
22. $1\text{m}^2,85$	R. $0^{\circ},0185$
23. $2\text{dam}^2,42$	R. $2^{\circ},42$
24. $4\text{hm}^2,28$	R. $428^{\circ}$
25. $8425\text{dm}^2$	R. $0^{\circ},8425$

## MEDIDAS DE VOLUME

Ler os seguintes números :

1. $5\text{m}^3,428$	6. $5\text{m}^3,040205$	11. $40\text{hm}^3,051842$
2. $8\text{m}^3,006$	7. $0\text{dam}^3,045$	12. $25\text{dm}^3,045$
3. $12\text{m}^3,385$	8. $0\text{dam}^3,051205$	13. $121\text{cm}^3,150$
4. $0\text{m}^3,520$	9. $85\text{dam}^3,546$	14. $85\text{hm}^3,005042$
5. $405\text{m}^3,020512$	10. $42\text{dam}^3,583500$	15. $7\text{dm}^3,402001$

Escrever os números seguintes referindo-se à unidade :

1) metro cúbico ; 2) decâmetro cúbico ; 3) decímetro cúbico

- 12 metros cúbicos, 5 decímetros cúbicos e 18 milímetros cúbicos
- 5 metros cúbicos, 4 decímetros cúbicos e 6 centímetros cúbicos.
- 7 metros cúbicos, 4 decímetros cúbicos e 6 centímetros cúbicos

4. 6 decímetros cúbicos e 7 centímetros cúbicos.
5. 82 decímetros cúbicos e 15 centímetros cúbicos
6. 9 decímetros cúbicos e 128 centímetros cúbicos
7. 122 decímetros cúbicos, 8 centímetros cúbicos e 25 milímetros cúbicos.
8. 4 decímetros cúbicos, 102 centímetros cúbicos e 5 milímetros cúbicos.
9. 1285 decímetros cúbicos e 4 milímetros cúbicos
10. 126 centímetros cúbicos e 32 milímetros cúbicos
11. 15 centímetros cúbicos e 4 milímetros cúbicos
12. 252 metros cúbicos e 258 centímetros cúbicos

Reduzir:

a) ao metro cúbico

- |                             |                            |
|-----------------------------|----------------------------|
| 1. 538dam <sup>3</sup>      | R. 538000m <sup>3</sup>    |
| 2. 12dam <sup>3</sup> ,156  | R. 12156m <sup>3</sup>     |
| 3. 0dam <sup>3</sup> ,058   | R. 58m <sup>3</sup>        |
| 4. 52dm <sup>3</sup> ,428   | R. 0m <sup>3</sup> ,052428 |
| 5. 0hm <sup>3</sup> ,005832 | R. 5832m <sup>3</sup>      |

b) ao decâmetro cúbico

- |                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| 6. 523m <sup>3</sup>        | R. 0dam <sup>3</sup> ,523       |
| 7. 5hm <sup>3</sup> ,004    | R. 5004dam <sup>3</sup>         |
| 8. 0hm <sup>3</sup> ,008405 | R. 8dam <sup>3</sup> ,405       |
| 9. 5284dm <sup>3</sup> ,015 | R. 0dam <sup>3</sup> ,005284015 |
| 10. 3dm <sup>3</sup> ,054   | R. 0dam <sup>3</sup> ,000003054 |

c) ao decímetro cúbico

- |                                |                            |
|--------------------------------|----------------------------|
| 11. 2m <sup>3</sup>            | R. 2000dm <sup>3</sup>     |
| 12. 5m <sup>3</sup> ,425       | R. 5425dm <sup>3</sup>     |
| 13. 18dam <sup>3</sup> ,005423 | R. 18005423dm <sup>3</sup> |
| 14. 0dam <sup>3</sup> ,005832  | R. 5832dm <sup>3</sup>     |
| 15. 0m <sup>3</sup> ,005832    | R. 5dm <sup>3</sup> ,832   |

## MEDIDAS DE PESO

Le os números seguintes.

- |               |               |
|---------------|---------------|
| 1. 527kg,45   | 11. 4hg,415   |
| 2. 105dag,803 | 12. 50dag,002 |
| 3. 58g,402    | 13. 0hg,40582 |
| 4. 0hg,026    | 14. 0hg,005   |
| 5. 0kg,045    | 15. 5g,004    |
| 6. 12g,43     | 16. 5kg,704   |
| 7. 5dag,45    | 17. 12dag,7   |
| 8. 121g,4     | 18. 0kg,454   |
| 9. 2kg,1284   | 19. 145g,003  |
| 10. 52dag,008 | 20. 5dag,7054 |

Escrever os números seguintes, referindo-se à unidade.

1) quilograma; 2) decagrama; 3) grama, 4) decigrama

1. 8 hectogramas e 2 grammas
2. 15 decagramas e 5 decigrammas
3. 32 quilogramas e 54 grammas
4. 25 grammas e 5 decigrammas
5. 5 decagrammas, 8 grammas e 7 decigrammas
6. 8 hectogramas, 4 decigrammas e 5 centigrammas
7. 12 decagrammas, 5 decigrammas e 8 miligrammas
8. 8 grammas, 4 centigrammas e 2 miligrammas
9. 15 decigrammas e 8 centigrammas
10. 9 centigrammas e 4 miligrammas
11. 5 decagrammas e 8 centigrammas
12. 12 grammas e 5 miligrammas
13. 7 hectogramas, 5 grammas e 8 centigrammas
14. 4 decagrammas e 121 miligrammas

Reduzir.

a) ao quilograma

- |           |             |
|-----------|-------------|
| 1. 526g   | R. 0kg,526  |
| 2. 428g,7 | R. 0kg,4287 |

b) ao grama

- |            |          |
|------------|----------|
| 6. 4kg,28  | R. 4280g |
| 7. 0kg,128 | R. 128g  |



## PROBLEMAS.

1. Um automóvel fez 3 corridas: uma de 683 metros, outra de 836 metros e a 3.<sup>a</sup> de 495 metros. De quantos quilômetros e hectômetros foi o percurso total?

R. 2 quilômetros, 0 hectômetros e 14 metros

2. Colocando-se em seguimento os 50 palitos de uma caixa de fósforo, longos de 0m,046, atingem eles 3m de comprimento?

R. Faltam 0m,700

3. De uma peça de fazenda foram vendidos 6m,85, depois 5m 195 e ainda 0m,455, e tem-se dela 875 milésimos. Qual será o comprimento primitivo em decâmetros?

R. 10 decômetros

4. Uma folha de 125 tábuas perfaz uma altura de 3m,30. Qual a espessura, em centímetros, de cada tábua?

R. 2,640 centímetros

5. Uma folha de papel almasão tem uma área de 0m<sup>2</sup>,0728. Em quantos quadrinhos de um milímetro quadrado se pode dividir?

R. 72600 quadrinhos.

6. Uma propriedade consta do jardim, cuja área é de 503m<sup>2</sup>,45; das edificações, cuja área é de 158m<sup>2</sup>,4326, de um pomar cuja área é 6762m<sup>2</sup>,30 e de um quintal, cuja área é de 8350m<sup>2</sup>,65. De quantos hectômetros e decâmetros quadrados é a área total?

R. 1hm<sup>2</sup>, 58dam<sup>2</sup>,488926

7. Para o revestimento total de um terraço foram empregados 2008 ladrilhos cuja área é 0m<sup>2</sup>,0225. Qual é a área do terraço?

R. 45m<sup>2</sup>,18

8. Um pedreiro pode rebocar 28m<sup>2</sup>,32 em 8 horas. Em 25 minutos quantos decâmetros quadrados rebocaria?

R. 147dam<sup>2</sup>,60

9. A capacidade de um reservatório é de 3 metros cúbicos e meio. Nele já há 1934 decímetros cúbicos de água. Quanto falta para enchê-lo completamente?

R. 1666 decímetros cúbicos

10. A cada tijolo corresponde um volume de parede de 2646 centímetros cúbicos. Qual o volume em metros cúbicos de alvenaria de uma parede que contém 2525 tijolos?

R. 6m<sup>3</sup>,631150

11. Pesando um litro de hidrogênio 0gr,0898, e tendo-se empregado 6735000 gramas de hidrogênio para o enchimento de um dirigível, quantos metros cúbicos foram empregados desse gás?

R. 75000m<sup>3</sup>

12. Uma garrafa representa 0,75 do litro. Quantas garrafas pode encher um reservatório cheio de líquido com a capacidade de 2m<sup>3</sup>,400?

R. 3200 garrafas

13. A pressão que a atmosfera exerce sobre a superfície de um centímetro quadrado, ao nível do mar, é igual ao peso do volume de 76cm<sup>3</sup>, de mercúrio. Qual o valor dessa pressão em quilogramas e hectogramas, considerando que 1cm<sup>3</sup> de mercúrio pesa 13gr,596?

R. 1kg, 0hg 33gr, 296

14. Um litro de petróleo pesa 840 gramas, quantos litros são necessários para pesarem 6300kg?

R. 7500 litros

15. Dois litros de ouro pesando 38kg,54, quanto pesarão 12cm<sup>3</sup> desse metal?

R. 231gr,24

16. Em uma das conchas de uma balança sensível colocou-se um copo e 2kg,7432. Na outra 3kg 240. Quantos centigramas pesa o copo.

R. 49650 centigramas

17. Um proprietário compra um terreno para, com o que já possuía, completar 4 hectares. Sendo que seus terre-

nos possuídos medem  $35432m^2$ , qual a área do recém-comprado em ares?

R. 45 ares, 68 centiares

18. Um terreno de 720 hectares foi dividido em 64 lotes de igual área. Quantos metros quadrados tem cada lote?

R.  $112500m^2$ .

19. Quanto custa um are de um terreno de  $3478m^2$  pelo qual se deu 417\$360?

R. 12\$000.

20. Qual o preço de um metro quadrado de um terreno de 5 alqueires e  $\frac{3}{4}$ , pelo qual se pagou 5.844\$300, sabendo-se que um alqueiro tem 2ha,42?

R. 42 réis

## CAPÍTULO V

# Propriedades dos números

## DIVISIBILIDADE

**Definições.** — Chama-se *múltiplo* de um número a outro número que é o produto do primeiro por um inteiro qualquer.

Assim, 340 é múltiplo de 2, 5 e 17, pois

$$340 = 2 \times 170; \quad 340 = 5 \times 68, \quad 340 = 17 \times 20$$

*Divisor, submúltiplo, fator ou parte aliquota* de um número é outro número que está contido no primeiro um número inteiro de vezes.

Assim, o número 5 é fator, divisor, ou submúltiplo do número 20, porque está contido nele 4 vezes exatamente.

Um número é *divisível* por outro quando este está contido no primeiro um número inteiro de vezes.

O número 20, por exemplo, é divisível por 5, porque está contido nele 4 vezes exatamente.

Para obter os múltiplos de um número, multiplica-se esse número pela série natural dos números inteiros.

Os múltiplos do número 15, por exemplo, serão

$$15 \times 1 = 15; \quad 15 \times 2 = 30, \quad 15 \times 3 = 45; \text{ etc}$$

Para obter todos os divisores de um número, basta dividi-lo pelos números que lhe são menores.



a) ao quilograma		b) ao grama	
3. 32dag,04	R. 0kg,3204	8. 53dag,43	R. 534g,3
4. 528dg	R. 0kg,0528	9. 85dg,43	R. 8g,543
5. 32bg,84	R. 3kg,284	10. 0cg,453	R. 0g,00453

c) ao decagrama		d) ao decagrama	
11. 0kg,00518	R. 51dg,8	16. 0kg,045	R. 4dag,5
12. 0hg,0532	R. 53dg,2	17. 0hg,53	R. 4dag,3
13. 5dag,83	R. 583dg	18. 481g,402	R. 48dag,1402
14. 9g,05	R. 90dg,5	19. 204dg,43	R. 2dag,0443
15. 8cg,04	R. 0dg,804	20. 0cg,508	R. 0dag,000508

## MEDIDAS DE CAPACIDADE

Ler os números seguintes :

1. 8l,4	6. 0dal,52	11. 4dl,5	16. 0dal,624
2. 15l,32	7. 2hl,47	12. 15l,458	17. 0hl,008
3. 12hl,8	8. 8dal,505	13. 24hl,305	18. 30hl,0524
4. 8dal,6	9. 62dal,004	14. 0dl,45	19. 0l,0542
5. 0l,38	10. 0l,005	15. 0cl,55	20. 0dal,4835

Escrever os seguintes números, referendo-se à unidade:

1) litro; 2) decalitro; 3) decilitro.

- 5 litros e 4 decilitros.
- 28 litros e 5 decilitros
- 4 litros e 24 centilitros
- 18 decilitros.
- 25 centilitros
- 9 decilitros
- 4 centilitros
- 39 centilitros
- 4 litros e 126 mililitros.
- 128 centilitros.
- 8 decalitros e 25 centilitros.
- 10 hectolitros e 5 litros.
- 15 litros e 4 mililitros.
- 6 hectolitros, 9 decalitros e 8 decilitros.

- 5 decalitros e 128 centilitros.
- 12 hectolitros e 425 decilitros
- 6 decalitros, 8 litros e 92 mililitros
- 15 hectolitros, 4 litros e 285 mililitros

Reduzir :

a) ao litro		b) ao decalitro	
1. 25dal	R. 250l	6. 15hl	R. 150dal
2. 0dal,054	R. 0l,54	7. 45hl,83	R. 458dal,3
3. 2hl,42	R. 242l	8. 32l,04	R. 3dal,204
4. 425dl	R. 42l,5	9. 524dl,05	R. 5dal,2405
5. 302cl	R. 3l,02	10. 9cl,04	R. 0dal,00904

c) ao hectolitro		d) ao decilitro	
11. 23dal,526	R. 2hl,3526	16. 6hl,4	R. 6400dl
12. 1538l	R. 15hl,38	17. 0dal,405	R. 40dl,5
13. 6l	R. 0hl,06	18. 0l,008	R. 0dl,08
14. 125dal,004	R. 12hl,5004	19. 8cl,32	R. 0dl,832
15. 4508dl	R. 4hl,508	20. 42dal,005	R. 4200dl,5

e) ao metro cúbico		f) ao litro	
21. 528l	R. 0m <sup>3</sup> ,528	26. 0m <sup>3</sup> ,025	R. 25l
22. 42dal,05	R. 0m <sup>3</sup> ,420500	27. 0m <sup>3</sup> ,405823	R. 405l,823
23. 2hl,5	R. 0m <sup>3</sup> ,250	28. 4m <sup>3</sup> ,004	R. 4004l
24. 428dl	R. 0m <sup>3</sup> ,042800	29. 8dam <sup>3</sup> ,052	R. 8052000l
25. 8526cl	R. 0m <sup>3</sup> ,085260	30. 0dm <sup>3</sup> ,524	R. 0l,524

Dar o peso aproximado dos seguintes volumes de água pura .

1. 5l	R. 5kg	6. 6dm <sup>3</sup>	R. 6kg
2. 0l,45	R. 0kg,45	7. 8m <sup>3</sup> ,007	R. 8007kg
3. 5dal,6	R. 56kg	8. 0m <sup>3</sup> ,458	R. 458kg
4. 0hl,42	R. 42kg	9. 89cm <sup>3</sup> ,450	R. 0kg,08945
5. 8dl,05	R. 0kg,805	10. 0dam <sup>3</sup> ,000500	R. 500kg

Ex : O resto da divisão do número 3123 por 8 é 3 ; o resto da divisão do mesmo número por 125 é 123.

Portanto, um número inteiro é divisível por 8 ou por 125, se o for o número representado pelos seus três últimos algarismos da direita.

Os números 5240, 3720, etc., por exemplo, são divisíveis por 8 ; os números 2125, 6375, etc. por 125.

**Divisibilidade por 3 e por 9.** — O resto da divisão de um número por 3 ou por 9 é o resto que se obtém dividindo por 3 ou por 9 a soma dos valores absolutos dos algarismos do número dado.

Ex : O resto da divisão de 7835 por 3 é o mesmo resto da divisão de  $7+8+3+5$  ou de 23 por 3 ; é, portanto, 2. O resto da divisão desse mesmo número por 9 é o que se obtém dividindo  $7+8+3+5$  ou 23 por 9, isto é, 5.

Portanto, um número é divisível por 3 ou por 9, quando for divisível por 3 ou por 9 a soma dos valores absolutos dos seus algarismos.

Assim, o número 7431 é divisível por 3, pois a soma  $7+4+3+1$  ou 15 é divisível por 3, do mesmo modo o número 591 é divisível por 9 pois  $5+9+1$  ou 15 é divisível por 9.

**Divisibilidade por uma potência de 10.** — O resto da divisão de um número por uma potência de 10 é o número representado por tantos algarismos à direita do número proposto, quantas são as unidades do grau da potência.

Ex : O resto da divisão do número 8225 por 10 é 5 ; o resto da divisão do número 5439 por 100 é 39, etc.

Portanto, para que um número inteiro seja divisível por uma potência de 10 é necessário que termine,

pelo menos, por tantos zeros quantos são as unidades do grau da potência

Ex : O número 320 é divisível por 10, 3500 e 1800 são divisíveis por 100, etc.

**Divisibilidade por 11.** — O resto da divisão de um número inteiro por 11 é o que se obtém dividendo por 11 a diferença entre a soma dos valores absolutos dos algarismos de ordem ímpar e a soma dos de ordem par.

Assim, o resto da divisão de 6834 por 11, é o resto que resulta da divisão de  $(4+8)-(6+3)$  ou de 3 por 11, o resto, portanto, é o número 3.

**Observação.** — Quando a soma dos valores dos algarismos de ordem ímpar for menor que a dos valores dos algarismos de ordem par, soma-se àquela um ou mais múltiplos de 11, de modo que o resultado obtido seja maior do que a soma dos algarismos de ordem par.

Ex : Procurando o resto da divisão do número 8471 por 11, nota-se que a soma  $1+4$  dos algarismos de ordem ímpar, é menor que a soma dos algarismos de ordem par. Somando à primeira soma  $1+4$  o número 11 teremos 16, tomando a diferença entre 16 e 15 resulta o número 1. Dividindo este por 11, obtém-se o resto 1, que é o resultado procurado.

Portanto, um número inteiro é divisível por 11, quando, nesse número, for divisível por 11 a diferença entre a soma dos algarismos de ordem ímpar e a dos algarismos de ordem par.

Assim, o número 75328 é divisível por 11 pois  $(8+3+7)-(2+5)=18-7=11$  que é divisível por 11.



## EXERCÍCIOS.

Determinar os restos das divisões dos números seguintes por 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 25, 100 e 125 :

2057; 2358; 4522; 4800; 5784; 6502; 7925

Indicar, dos números seguintes, os que são divisíveis por 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 25, 100 e 125 :

358, 1420, 1500; 2850; 4931; 5728, 6508, 8159, 10529, 15887; 21932; 31781; 42722

Determinar entre os que seguem, os números que são divisíveis sómente por 3 e os que o são por 9 :

129; 853; 1578; 2931; 4536; 8745, 25497

## PROVA DAS QUATRO OPERAÇÕES

As regras de que tratamos podem ser applicadas na verificação das quatro operações sobre os números inteiros. De todas ellas, porém, a mais empregada é a em que se toma o divisor 9, e, por isso, denominada *prova dos nove*.

**Prova da adição.** — Para verificar uma adição efectuada, divide-se por 9 cada uma das parcelas. Somam-se, em seguida, os restos obtidos, dividindo por 9 ainda o resultado caso não lhe seja inferior. Se este resultado for igual ao resto da divisão da soma por 9, supõe-se que está certa a operação.

**Prova da subtração.** — Determinam-se os restos da divisão por 9 da diferença obtida e do subtraendo. Procura-se, em seguida, o resto da divisão por 9 da soma dos restos. Se esse resto for igual ao da divisão do minuendo por 9, supõe-se que a operação está certa.

**Prova da multiplicação.** — Para verificar uma multiplicação efectuada, determinam-se os restos da divisão por 9 do multiplicando e do multiplicador; multiplicam-se os resultados entre si e determina-se o resto da divisão desse produto por 9. Se tal resto for igual ao resto da divisão do produto total por 9, admite-se que a operação está certa.

**Prova da divisão.** — Para verificar uma divisão efectuada, dividem-se por 9 o divisor e o quociente, multiplicam-se os restos encontrados e divide-se o produto obtido por 9. Ao resto desta última divisão junta-se o resto da operação e divide-se o resultado por 9. Se o resto obtido for igual ao que se obtém dividindo, por 9, o dividendo, admite-se que está certa a operação.

**Observação.** — Seguindo-se a mesma marcha e applicando os princípios dos restos, pode-se adotar outro divisor, tirando-se a prova dos 2, dos 3, etc

Observem-se os seguintes exemplos

## Adição

Prova dos 9

357	6	} 6
283	4	
608	5	
1248	6	

## Subtração

Prova dos 5

7476	1	} 1
3295	0	
4181	1	

## Multiplicação

Prova dos 10

578	8	} 6
42	2	
1150		
2312		
24276	6	

## Divisão

Prova dos 3

2	3422	25	1	} 1
	092	136	1	
	172			
	22			
	22+1=23			2

## NÚMEROS PRIMOS

Chama-se *número primo* ao que somente é divisível por si e pela unidade.

Ex: 7, 11, 13, 23, 31, etc

*Número múltiplo* é aquele que admite um ou mais divisores diferentes de si e da unidade.

Ex: 8, 10, 12, 20, 36, 50, 68, etc

No estudo dos números primos, apresentam-se três questões:

- 1.<sup>a</sup>) Reconhecer se um número é primo.
- 2.<sup>a</sup>) Decompor um número em seus fatores primos
- 3.<sup>a</sup>) Formar os divisores de um número.

1.<sup>a</sup> Reconhecimento dos números primos. —

**Regra.** — Para reconhecer se um número é primo dividindo-o sucessivamente por cada um dos números primos, 2, 3, 5, 7, etc, na ordem natural. Se, tendo havido resto em todas as divisões precedentes, obtivermos um quociente igual ou menor que o divisor empregado, o número dado é primo.

Verifiquemos se o número 311 é primo. É necessário saber primeiro se o número dado é divisível por 2, 3, 5, etc. Os caracteres de divisibilidade mostram que o número 311 não é divisível por 2, nem por 3, nem por 5, nem por 7.

Ensaaiemos, agora, a divisão de-se número pelos números primos maiores que 11. Teremos:

$$\begin{array}{r} 311 \overline{) 13} \\ 051 \quad 23 \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 311 \overline{) 17} \\ 141 \quad 18 \\ 05 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 311 \overline{) 19} \\ 121 \quad 16 \\ 07 \end{array}$$

Quando se efetuou a divisão do número dado, 311, por 19, encontramos o quociente inteiro 16, menor que o divi-

sor 19; mas, como não obtivemos divisão exata, podemos dizer imediatamente que o número dado é primo.

Verifica-se a divisibilidade do número 7 realizando a operação mentalmente.

**Tábua de números primos.** — Vejamos como se pode formar uma tábua de números primos desde 1 até um limite dado. Emprega-se para isso um processo denominado *crio de Eratóstenes*, em homenagem ao filósofo grego que o idealizou.

Suponhamos que se pretende uma tabela de números primos de 1 a 80. Escrevem-se todos os números inteiros, desde 1 até 80, em sua ordem natural.

Em seguida, cancelam-se os números que forem sendo contados de 2 em 2, a partir de 2; de 3 em 3, a partir de 3; de 5 em 5, a partir de 5; de 7 em 7, a partir de 7. Dê-se modo, vão sendo suprimidos os múltiplos de 2, 3, 5 e 7. E continua-se, assim, riscando os múltiplos dos números que se seguem ao 7 e que não tenham sido suprimidos. A tábua estará pronta, quando o primeiro múltiplo, a cancelar, de um certo número, for superior a 80.

Os números que não foram cancelados são os números primos compreendidos entre 1 e 80.

1,	2,	3,	<del>4,</del>	<del>5,</del>	<del>6,</del>	7,	<del>8,</del>	<del>9,</del>	<del>10,</del>
11,	<del>12,</del>	13,	<del>14,</del>	<del>15,</del>	<del>16,</del>	17,	<del>18,</del>	19,	<del>20,</del>
<del>21,</del>	<del>22,</del>	<del>23,</del>	<del>24,</del>	<del>25,</del>	<del>26,</del>	<del>27,</del>	<del>28,</del>	<del>29,</del>	<del>30,</del>
31,	<del>32,</del>	<del>33,</del>	<del>34,</del>	<del>35,</del>	<del>36,</del>	37,	<del>38,</del>	<del>39,</del>	<del>40,</del>
41,	<del>42,</del>	<del>43,</del>	<del>44,</del>	<del>45,</del>	<del>46,</del>	47,	<del>48,</del>	<del>49,</del>	<del>50,</del>
<del>51,</del>	<del>52,</del>	53,	<del>54,</del>	<del>55,</del>	<del>56,</del>	<del>57,</del>	<del>58,</del>	<del>59,</del>	<del>60,</del>
61,	<del>62,</del>	<del>63,</del>	<del>64,</del>	<del>65,</del>	<del>66,</del>	67,	<del>68,</del>	<del>69,</del>	<del>70,</del>
71,	<del>72,</del>	<del>73,</del>	<del>74,</del>	<del>75,</del>	<del>76,</del>	<del>77,</del>	<del>78,</del>	<del>79,</del>	<del>80,</del>



**2.º Decompor um número em seus fatores primos.** — *Todo número múltiplo admite pelo menos um divisor primo diferente da unidade.*

O número 120, por exemplo, tem os seguintes divisores primos: 2, 3 e 5, diferentes de 1.

**Regra.** — *Para decompor um número em fatores primos, divide-se esse número pelo seu menor divisor primo, maior do que a unidade; em seguida divide-se o quociente resultante pelo seu menor divisor primo; continua-se do mesmo modo até que se encontre um quociente igual à unidade. Os diversos divisores são os fatores primos do número procurado.*

Determinam-se os primeiros fatores sucessivos pelos caracteres de divisibilidade, e as divisões correspondentes são em geral efetuadas mentalmente.

Decomponhamos, como exemplo, o número 300 em seus fatores primos

Este número é divisível por 2; efetuando-se a divisão, obtém-se

$$300 = 2 \times 150$$

O quociente obtido 150 também é divisível por 2, realizando a operação, vem

$$150 = 2 \times 75$$

O número 75 é divisível por 3; praticando a divisão, tem-se

$$75 = 3 \times 25$$

O quociente obtido 25 é divisível por 5; dessa divisão resulta

$$25 = 5 \times 5$$

O último quociente obtido, 5, sendo primo, está terminada a decomposição. Este último quociente, seguido dos

divisores precedentes, 2, 3 e 5, são os fatores primos procurados.

Assim, teremos

$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \text{ ou } 300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

**Disposição prática.** — Para mais simplicidade, adota-se na prática a disposição indicada em seguida, na qual os dividendos e quocientes sucessivos são escritos à esquerda de um traço vertical, e os diversos divisores, fatores primos procurados, colocados à direita do mesmo traço.

300		2	480		2	8580		2
150		2	240		2	4290		2
75		3	120		2	2145		3
25		5	60		2	715		5
5		5	30		2	143		11
1			15		3	13		13
			5		5	1		
			1					

**Decomposição abreviada.** — É muitas vezes possível abreviar a decomposição de certos números em fatores primos

Decomponhamos, por exemplo, 100 em fatores primos

Mentalmente obtemos  $100 = 4 \times 25$ . Mas, como 4 é  $2 \times 2$  ou  $2^2$  e 25 é  $5 \times 5$  ou  $5^2$ , teremos

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$$

**3.º Formar os divisores de um número.** —

**Regra.** — *Para determinar todos os divisores primos e múltiplos de um número, decompõe-se esse número em fatores primos; toma-se a unidade e as potências*

sucessivos do primeiro fator; multiplicam-se depois esses fatores pelas potências do segundo divisor; e assim por diante, até as potências do último fator.

Na prática, adota-se a seguinte disposição.

	1	
120	2	2
60	2	4
30	2	8
15	3	3, 6, 12, 24
5	5	5, 10, 20, 40, 15
1		30, 60, 120

**Número de divisores de um número.** — É possível determinar o número de divisores primos e múltiplos de um número dado, antes de formá-los.

**Regra.** — O número de divisores de um número é igual ao produto que se obtém multiplicando entre si os expoentes dos fatores primos desse número, aumentando todos de uma unidade.

*Exemplo*

Determinar o número de divisores do número 240

Decompando em fatores primos, obtém-se

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

Os expoentes dos fatores primos são

4, 1 e 1

Aumentando esses expoentes de uma unidade, temos

5, 2 e 2

cujo produto é igual a 20. Esse é, pois, o número de divisores do número 240

## EXERCÍCIOS.

Verificar se são primos os números seguintes

1. 91	R. Não	5. 97	R. Sim
2. 73	R. Sim	6. 157	R. Sim
3. 89	R. Sim	7. 3167	R. Sim
4. 77	R. Não	8. 5213	R. Não

Decompor os números seguintes em fatores primos e dizer o número de seus divisores:

1. 4	R. $2^2 - 3$	21. 200	R. $2^3 \times 5^2 - 12$
2. 6	R. $2 \times 3 - 4$	22. 240	R. $2^4 \times 3 \times 5 - 20$
3. 8	R. $2^3 - 4$	23. 300	R. $2^2 \times 3 \times 5^2 - 18$
4. 10	R. $2 \times 5 - 4$	24. 450	R. $2 \times 3^2 \times 5^2 - 18$
5. 15	R. $3 \times 5 - 4$	25. 500	R. $2^2 \times 5^3 - 12$
6. 18	R. $2 \times 3^2 - 6$	26. 540	R. $2^2 \times 3^3 \times 5 - 24$
7. 20	R. $2^2 \times 5 - 6$	27. 600	R. $2^3 \times 3 \times 5^2 - 24$
8. 22	R. $2 \times 11 - 4$	28. 780	R. $2^2 \times 3 \times 5 \times 13 - 24$
9. 26	R. $2 \times 13 - 4$	29. 800	R. $2^5 \times 5^2 - 18$
10. 36	R. $2^2 \times 3^2 - 9$	30. 820	R. $2^2 \times 5 \times 41 - 12$
11. 40	R. $2^3 \times 5 - 8$	31. 850	R. $2 \times 5^2 \times 17 - 12$
12. 45	R. $3^2 \times 5 - 6$	32. 910	R. $2^2 \times 5 \times 47 - 12$
13. 48	R. $2^4 \times 3 - 10$	33. 1000	R. $2^3 \times 5^3 - 16$
14. 72	R. $2^3 \times 3^2 - 12$	34. 1200	R. $2^4 \times 3 \times 5^2 - 30$
15. 90	R. $2 \times 3^2 \times 5 - 12$	35. 1240	R. $2^3 \times 5 \times 31 - 16$
16. 100	R. $2^2 \times 5^2 - 9$	36. 1320	R. $2^3 \times 3 \times 5 \times 11 - 32$
17. 112	R. $2^4 \times 7 - 10$	37. 1400	R. $2^3 \times 5^2 \times 7 - 24$
18. 122	R. $2 \times 61 - 4$	38. 1500	R. $2^2 \times 3 \times 5^3 - 24$
19. 150	R. $2 \times 3 \times 5^2 - 12$	39. 3160	R. $2^2 \times 5 \times 173 - 12$
20. 180	R. $2^2 \times 3^2 \times 5 - 18$	40. 4520	R. $2^3 \times 5 \times 113 - 16$

Decompor em fatores primos e escrever os divisores na ordem de sua formação.

1. 12	R. 1, 2, 3, 4, 6 e 12
2. 15	R. 1, 3, 5 e 15
3. 18	R. 1, 2, 3, 6, 9 e 18
4. 20	R. 1, 2, 4, 5, 10 e 20



5. 24	R. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24
6. 30	R. 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30
7. 36	R. 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36
8. 60	R. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60
9. 120	R. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60 e 120
10. 150	R. 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75 e 150

Determinar os divisores comuns dos números seguintes

1. 90 e 120	R. 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30
2. 150 e 240	R. 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 e 30
3. 180 e 250	R. 1, 2, 5, e 10
4. 220 e 340	R. 1, 2, 4, 5, 10 e 20
5. 845 e 1020	R. 1 e 5

## MÁXIMO DIVISOR COMUM

**Definição.** — Dois ou mais números podem ter divisores comuns diferentes da unidade.

Os divisores dos números 12, 20 e 36, por exemplo, são :

de 12: 1, 2, 3, 4, 6 e 12

de 20: 1, 2, 4, 5, 10 e 20

de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.

Os divisores comuns desses números são, portanto, 1, 2, e 4

O maior deles, em nosso caso o número 4, chama-se *máximo divisor comum* dos números dados

Portanto, *máximo divisor comum* de dois ou mais números é o maior número que os divide exatamente

**Abreviatura.** — Indica-se praticamente o maior divisor comum de dois ou mais números pela abreviatura *m.d.c.* Lê-se: máximo divisor comum.

Querendo indicar, por exemplo, que 4 é o máximo divisor comum dos números 12, 20 e 36, escrevemos

$$m.d.c. (12, 20 \text{ e } 36) = 4$$

e lê-se: máximo divisor comum de 12, 20 e 36 é igual a 4

**Observação.** — Quando dois ou mais números são primos entre si, o seu *m.d.c.* é a unidade. Ex o *m.d.c.* (8, 12 e 15) = 1

**Determinação do *m.d.c.*** — Na determinação do *m.d.c.*, há dois casos a considerar:

1.º) *Determinação do *m.d.c.* de dois números*

2.º) *Determinação do *m.d.c.* de mais de dois números.*

**1.º caso.** — **Determinação do *m.d.c.* de dois números.** — Na determinação do *m.d.c.* de dois números podem ser empregados dois processos.

1.º) *Processo das divisões sucessivas*

2.º) *Processo da decomposição em fatores primos*

**1.º Processo das divisões sucessivas.** — Determina-se o *m.d.c.* de dois números, por este processo, empregando a seguinte:

**Regra.** — Para determinar o *m.d.c.* de dois números, divide-se o maior pelo menor, e não se obtendo resto, o menor é o *m.d.c.* procurado. Havendo resto, divide-se o menor pelo resto obtido, em seguida o primeiro resto pelo segundo, procedendo-se do mesmo modo, até que a divisão se faça exatamente. O último divisor é o *m.d.c.* que se procura

Exemplos.

1.º Determinemos o m.d.c. de 150 e 30

Dividindo 150 por 30, tem-se

$$\begin{array}{r} 150 \overline{) 30} \\ 00 \quad 5 \end{array}$$

Neste caso, resulta

$$\text{m.d.c. (150 e 30)} = 30$$

2.º Procuremos o m.d.c. dos números 154 e 130.  
Dividindo o primeiro pelo segundo, acha-se

$$\begin{array}{r} 154 \overline{) 130} \\ 21 \quad 1 \end{array}$$

Como a divisão não é exata, dividimos o menor 130 pelo primeiro resto 24, e teremos

$$\begin{array}{r} 130 \overline{) 24} \\ 10 \quad 5 \end{array}$$

A divisão não sendo ainda exata, dividimos o primeiro resto 24 pelo segundo, e vem

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 10} \\ 4 \quad 2 \end{array}$$

Como esta última divisão também não é exata, dividimos o segundo resto 10 pelo terceiro 4, e achamos

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 4} \\ 2 \quad 2 \end{array}$$

Como a divisão ainda não é exata, dividimos 4 por 2, e resulta

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 2} \\ 0 \quad 2 \end{array}$$

Sendo exata esta última divisão, resulta que 2 é o m.d.c. procurado

**Disposição prática.** — Praticamente, dispomos a operação como está indicado abaixo, escrevendo os quocientes sucessivos sobre os divisores empregados, e os diversos restos debaixo dos respectivos dividendos

	1	5	2	2	2	Linha dos quocientes
154	130	24	10	4	2	Linha dos dividendos e divisores
024	10	4	2	1		Linha dos restos

2.º **Processo da decomposição em fatores primos.** — Para determinar o m.d.c. de dois números, por este processo, usa-se a seguinte

**Regra.** — Para determinar o m.d.c. de dois números, decompõe-se cada um d'elles em seus fatores primos, e forma-se o produto dos fatores primos comuns, tomando cada um com seu menor expoente

Exemplos

Determinemos, pela decomposição em fatores primos, o m.d.c. dos números 120 e 150

Decompondo em fatores primos, tem-se

120	2	150	2	$120 = 2^3 \times 3 \times 5$
60	2	75	3	$150 = 2 \times 3 \times 5^2$
30	2	25	5	
15	3	5	5	
5	5	1		
1				



Formando o produto dos fatores primos comuns, tomando-se, respectivamente, os seus menores expoentes, vem  
 $m.d.c. (120 \text{ e } 150) = 2 \times 3 \times 5 = 30$

**2.º caso. Determinação do m.d.c. de mais de dois números.** — Para determinar o m.d.c. de mais de dois números podem ser empregados, ainda, os dois processos precedentes:

1.º) *Processo das divisões sucessivas.*

2.º) *Processo da decomposição em fatores primos*

**1.º Processo das divisões sucessivas.** — A determinação do m.d.c. de mais de dois números, por este processo, faz-se empregando a

**Regra.** — Para determinar o m.d.c. de vários números, procura-se o m.d.c. de dois dos números dados, em seguida, procura-se o m.d.c. entre o m.d.c. achado e um terceiro número dado e assim se procede até ter considerado todos os números propostos. O último m.d.c. achado é o m.d.c. dos números dados

*Exemplo*

Determinemos o m.d.c. dos números 250, 320 e 480

$$\begin{array}{r} 320, 250 \\ \hline 10, 480 \\ \hline 10 = m.d.c. \end{array}$$

Determinando o m.d.c. dos números 320 e 250, encontra-se 10. Procurando-se, em seguida, o m.d.c. entre 480 e 10, acha-se 10. Assim, o número 10 é o m.d.c. dos três números dados

**2.º Processo da decomposição em fatores primos.** — Determina-se o m.d.c. de mais de dois números, por este processo, usando a mesma regra empregada no 1.º caso.

**Regra.** — Para determinar o m.d.c. de mais de dois números, decompõe-se cada um deles em seus fatores primos e forma-se o produto dos fatores primos comuns, tomando cada um com seu menor expoente

*Exemplo*

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 112 & 2 \\ 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 140 & 2 \\ 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$112 = 2^4 \times 7$$

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$m.d.c. (72, 112 \text{ e } 140) = 2^2 = 4$$

**Observação.** — Quando os números, entre os quais se quer determinar o m.d.c., são pequenos, o resultado pode ser obtido por um cálculo mental

*Exemplo.* Dados os números 12, 18 e 24, é fácil verificar mentalmente que o seu maior divisor comum é 6

### EXERCÍCIOS.

Determinar o m.d.c. dos seguintes números:

- |            |       |            |       |
|------------|-------|------------|-------|
| 1. 6 e 12  | R. 6  | 5. 80 e 14 | R. 2  |
| 2. 26 e 13 | R. 13 | 6. 90 e 20 | R. 10 |
| 3. 15 e 45 | R. 15 | 7. 92 e 28 | R. 4  |
| 4. 75 e 25 | R. 25 | 8. 60 e 54 | R. 6  |

9. 108 e 30	R. 6	20. 40, 52 e 72	R. 4
10. 13 e 75	R. 1	21. 45, 60 e 80	R. 5
11. 140 e 80	R. 20	22. 50, 100 e 120	R. 10
12. 180 e 90	R. 90	23. 55, 110 e 150	R. 5
13. 200 e 150	R. 50	24. 70, 98 e 154	R. 14
14. 330 e 508	R. 2	25. 72, 120, 168 e 240	R. 24
15. 420 e 380	R. 20	26. 130, 150, 180 e 220	R. 10
16. 528 e 410	R. 2	27. 144, 180, 216 e 342	R. 18
17. 600 e 540	R. 60	28. 200, 275, 350 e 450	R. 25
18. 8, 12 e 20	R. 4	29. 190, 342, 450 e 570	R. 38
19. 15, 30 e 60	R. 5	30. 84, 215, 301 e 645	R. 1

### MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

term.

Este p. Múltiplo de um número é outro número, produto primeiro por um inteiro qualquer.

Re

Assim, 340 é múltiplo de 2, 5 e 17, pois  
 $340 = 2 \times 170$ ,  $340 = 5 \times 68$ ;  $340 = 17 \times 20$

dos: Múltiplo comum de dois ou mais números é outro que é múltiplo de cada um desses números

Os números 6, 8 e 10, por exemplo, têm uma infinidade de múltiplos comuns. Tais são os números 120, 240, 360, etc.

Dentre esses múltiplos, um deles, em nosso caso 120, é o menor e denomina-se *mínimo múltiplo comum* dos números dados.

Portanto, *mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é o menor número que é divisível exatamente por todos esses números*

**Abreviatura.** — O mínimo múltiplo comum é indicado praticamente pela abreviatura *m.m.c.*

Exemplo.

$$120 = \text{m.m.c. (6, 8, e 10)}$$

Lê-se: 120 é o mínimo múltiplo comum de 6, 8 e 10

**Determinação do m.m.c.** — Determina-se o m.m.c. de dois ou mais números empregando-se a seguinte

**Regra.** — Para determinar o m.m.c. de dois ou mais números, decompõem-se em fatores primos e forma-se o produto dos fatores primos comuns e não comuns, tomando cada um deles com o maior expoente.

Exemplos

1.º Procuremos, pela decomposição em fatores primos, o m.m.c. dos números 18, 60 e 130

Decompondo em fatores primos, tem-se

18	2	60	2	130	2	$18 = 2 \times 3^2$
9	3	30	2	65	5	$60 = 2^2 \times 3 \times 5$
3	3	15	3	13	13	$130 = 2 \times 5 \times 13$
1		5	5	1		
		1				

Formando o produto dos fatores primos, comuns e não comuns, tomados respectivamente com seus maiores expoentes, resulta

$$\text{m.m.c. (18, 60 e 130)} = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 13 = 4 \times 9 \times 5 \times 13 = 2340$$

2.º Determinemos o m.m.c. dos números 30, 42 e 160

Aplicando a regra enunciada, encontra-se

30	2	42	2	160	2	$30 = 2 \times 3 \times 5$
15	3	21	3	80	2	$42 = 2 \times 3 \times 7$
6	5	7	7	40	2	$160 = 2^5 \times 5$
1		1		20	2	
				10	2	
				5	5	
				1		

$$\text{m.m.c. (30, 42 e 160)} = 2^5 \times 3 \times 5 \times 7 = 32 \times 3 \times 5 \times 7 = 3360$$



**Disposição prática.** — Na prática, pode-se determinar o m.m.c., dando ao cálculo a seguinte disposição

18, 60, 130	2
9, 30, 65	2
9, 15, 65	3
3, 5, 65	3
1, 5, 65	5
1, 1, 13	13
1, 1, 1	

$$\text{m.m.c. (18, 60 e 130)} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 13 = 2340$$

**Observações.** — 1.ª) Se dois ou mais números forem primos entre si, o m.m.c. é igual ao produto d'elles.

Ex - O m.m.c. dos números 4, 11 e 15, que são primos entre si, é  $4 \times 11 \times 15 = 660$

2.ª) O m.m.c. entre dois ou mais números pequenos pode ser obtido por um cálculo mental.

Ex - Dados os números 15, 20 e 30 verifica-se mentalmente que o seu mínimo múltiplo comum é 60

### EXERCÍCIOS.

Determinar o m.m.c. dos números seguintes :

1. 30 e 50	R. 150
2. 70 e 130	R. 910
3. 160 e 190	R. 3040
4. 254 e 720	R. 91440
5. 300 e 750	R. 1500
6. 320 e 800	R. 1600
7. 350 e 810	R. 28350
8. 400 e 850	R. 6800
9. 630 e 900	R. 6300

10. 18, 22 e 26	R. 2574
11. 50, 160 e 200	R. 800
12. 60, 70 e 158	R. 33180
13. 75, 90 e 204	R. 15360
14. 15, 20, 30 e 70	R. 420
15. 30, 40, 58 e 72	R. 10140
16. 35, 45, 62 e 80	R. 156210
17. 40, 50, 75 e 90	R. 1800
18. 45, 64, 80 e 100	R. 14400
19. 48, 60, 90, 120 e 150	R. 3600
20. 70, 80, 100, 120 e 210	R. 8400

## Frações ordinárias

## PRELIMINARES

**Definição.** — Chama-se *fração* a uma ou mais partes iguais da unidade.

Assim, quando se divide uma laranja em quatro partes iguais, a laranja é a *unidade*, e cada parte dela será uma *fração*, denominada *quarto*.

Tomando duas dessas partes, teremos *dois quartos*; tomando as quatro partes, obteremos *quatro quartos* ou a *unidade* (laranja).

**Termos da fração.** — A fração é representada por dois números, *numerador* e *denominador*, colocados um sobre o outro e separados por um traço. Esses números se denominam *termos* da fração. O *denominador*, número escrito debaixo do traço, representa o número de partes iguais em que a unidade foi dividida. O *numerador*, número escrito acima do traço, indica quantas partes da unidade contém a fração.

A fração  $\frac{5}{8}$ , por exemplo, indica que a unidade foi dividida em oito partes iguais, e que a grandeza representada pela fração contém cinco dessas partes.



**Modo de escrever uma fração.** — Escreve-se uma fração, colocando o numerador sobre o denominador, separados por um traço horizontal.

Exemplos

$$\frac{4}{5}, \frac{11}{121}, \frac{4}{13}, \frac{37}{157}$$

**Modo de ler uma fração.** — Para ler uma fração, diz-se o numerador e, em seguida, o denominador seguido da palavra *avos*.

Assim, a fração  $\frac{11}{28}$  enuncia-se: *onze vinte e oito avos*.

**Observações.** — 1.ª) Se o denominador da fração for 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 deve ser lido respectivamente *meio, terço, quarto, quinto, sexto, sétimo, oitavo, nono*.

As frações  $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$  e  $\frac{4}{5}$ , por exemplo, enunciam-se respectivamente: *três meios, dois terços, três quartos e quatro quintos*.

2.ª) Se os denominadores são potências de dez, enuncia-se: *décimos, centésimos, milésimos, etc.*

Assim, as frações  $\frac{3}{10}, \frac{7}{100}$  e  $\frac{11}{1000}$  enunciam-se respectivamente: *três décimos, sete centésimos e onze milésimos*.

3.ª) Quando os termos de uma fração são números de vários algarismos, costuma-se também enunciar o numerador e o denominador intercalando-se a palavra *sobre*.

A fração  $\frac{45}{103}$  pode ser lida: *quarenta e cinco sobre cento e três*.

4.ª) O valor de uma fração depende da relação entre o numerador e o denominador.

Há três casos a considerar:

1.ª) O numerador é menor que o denominador.

2.ª) O numerador é maior que o denominador

3.ª) O numerador é igual ao denominador.

No primeiro caso, a fração representa uma grandeza menor que a unidade; no segundo, maior; e, no terceiro caso, a fração representa uma grandeza igual à unidade.

As frações menores que a unidade chamam-se *frações próprias* ou *frações propriamente ditas*.

As frações iguais à unidade ou maiores que ela denominam-se *frações impróprias*. São números inteiros ou mistos representados sob a forma de fração

Assim,  $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{3}{7}$  são frações próprias;  $\frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{12}{6}$  e  $\frac{8}{8}$

são frações impróprias. Das últimas, a primeira e a segunda são números mistos, ao passo que a terceira é número inteiro, escrito sob a forma de fração

**Divisão inexata.** — Uma fração pode ser considerada como a expressão de um *quociente*, em que o numerador e o denominador são respectivamente o *dividendo* e o *divisor*.

Inversamente, numa divisão o dividendo pode ser considerado como o numerador de uma fração cujo denominador é o divisor

A fração  $\frac{5}{8}$ , por exemplo, indica o quociente de 5 por 8.

Também, a divisão de 5 por 8 pode ser representada por  $\frac{5}{8}$

Dai resulta a maneira de obter o quociente completo de uma divisão inexata.

Assim, dividindo 42 por 5 resulta o quociente 8 e obtém-se 2 para o resto. Falta, porém, ainda dividir 2 por 5. O número 5 é o que se chama quociente inteiro, sendo o quociente completo  $8\frac{2}{5}$ .

Portanto, quociente inteiro é o que resulta de uma divisão inexata, quociente completo é o quociente inteiro de uma divisão inexata, adicionado de uma fração cujo numerador é o resto e cujo denominador é o divisor.

**Frações ordinárias e decimais.** — Distinguem-se as frações ordinárias das decimais.

Ordinárias são as frações cujo denominador é um número qualquer. *Ex.:*

$$\frac{5}{7}, \frac{11}{21}, \frac{14}{30}, \frac{2}{39}$$

Decimais são especialmente as que têm para denominador uma potência de 10. *Ex.:*

$$\frac{3}{10}, \frac{23}{100}, \frac{9}{1000}, \frac{37}{10000}$$

### EXERCÍCIOS

Ler as seguintes frações, indicando se são próprias ou impróprias

$$1. \frac{3}{5}, \frac{7}{4}, \frac{8}{3}, \frac{9}{11}, \frac{13}{2}, \frac{7}{9}, \frac{5}{6}, \frac{17}{7}$$

$$2. \frac{4}{5}, \frac{7}{11}, \frac{13}{6}, \frac{21}{32}, \frac{7}{3}, \frac{14}{23}, \frac{5}{13}, \frac{7}{39}$$

$$3. \frac{7}{100}, \frac{15}{10}, \frac{47}{100}, \frac{31}{1000}, \frac{2}{10}, \frac{123}{100}, \frac{17}{100}, \frac{3117}{1000}$$

## PROPRIEDADES DAS FRAÇÕES ORDINÁRIAS

1.ª) Uma fração ordinária torna-se certo número de vezes maior, quando por este se multiplica o numerador ou se divide o denominador.

Assim, multiplicando o numerador da fração  $\frac{11}{18}$  por 3 o resultado obtido,  $\frac{33}{18}$ , é três vezes maior que a fração dada  $\frac{11}{18}$ .  
Dividindo-se o denominador da mesma fração  $\frac{11}{18}$  por 6, resulta a fração  $\frac{11}{3}$ , seis vezes maior do que  $\frac{11}{18}$ .

2.ª) Uma fração ordinária torna-se certo número de vezes menor, quando se divide o numerador ou se multiplica o denominador por esse número.

Dividindo-se, por exemplo, o numerador da fração  $\frac{8}{15}$  por 4, a fração resultante,  $\frac{2}{15}$ , é quatro vezes menor do que a primeira. Multiplicando o denominador da fração  $\frac{5}{13}$  por 2, obtém-se  $\frac{5}{26}$ , fração duas vezes menor que  $\frac{5}{13}$ .

3.ª) Uma fração ordinária não se altera multiplicando ou dividindo-se ambos os seus termos pelo mesmo número diferente de zero.

Multiplicando-se, por exemplo, os dois termos da fração  $\frac{5}{7}$  por 4, obtemos a fração  $\frac{20}{28}$ , equivalente à primeira. Do mesmo modo, dividindo ambos os termos de  $\frac{12}{15}$  por 3 teremos  $\frac{4}{5}$ , fração do mesmo valor.



## COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES ORDINÁRIAS

Temos três casos a considerar na comparação de frações ordinárias:

1.º caso. — As frações têm o mesmo denominador.

2.º caso. — As frações têm o mesmo numerador.

3.º caso. — As frações têm numerador e denominador respectivamente desiguais.

1.º caso. — Quando duas frações têm o mesmo denominador é maior aquela que tem maior numerador

Das frações  $\frac{2}{5}$  e  $\frac{4}{5}$  a segunda é a maior. Com efeito, a primeira indica que a unidade foi dividida em 5 partes iguais e que se tomaram 2, a segunda representa uma grandeza que contém 4 das 5 partes iguais em que a unidade foi dividida.

2.º caso. — Quando duas frações têm o mesmo numerador é maior aquela que tem menor denominador.

Das frações  $\frac{7}{9}$  e  $\frac{7}{11}$  a primeira é a maior. Com efeito, na primeira a unidade foi dividida em 9 partes iguais, ao passo que na segunda a divisão foi feita em 11 partes, pelo que as partes da primeira são maiores que as da segunda. Logo, as 7 partes que formam a primeira grandeza são maiores do que as 7 partes que constituem a segunda.

3.º caso. — Quando se trata de frações de termos respectivamente diferentes é necessário reduzi-las ao mesmo denominador ou ao mesmo numerador para em seguida compará-las. Prefere-se, porém, reduzi-las ao mesmo denominador.

Só em casos muito especiais pode-se fazer a comparação, sem o recurso dessa redução.

Sejam as frações  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{5}{9}$ . Qual será a maior?

Reduzindo-as ao mesmo denominador, vem

$$\frac{3}{4} = \frac{27}{36} \text{ e } \frac{5}{9} = \frac{20}{36}$$

Como  $\frac{27}{36}$  é maior do que  $\frac{20}{36}$ , conclue-se que  $\frac{3}{4}$  é maior que  $\frac{5}{9}$ .

## EXERCÍCIOS.

Qual é a maior das frações seguintes?

- |                                       |                    |                                       |                    |
|---------------------------------------|--------------------|---------------------------------------|--------------------|
| 1. $\frac{2}{3}$ ou $\frac{1}{3}$     | R. $\frac{2}{3}$   | 9. $\frac{5}{7}$ ou $\frac{4}{9}$     | R. $\frac{5}{7}$   |
| 2. $\frac{4}{5}$ ou $\frac{7}{5}$     | R. $\frac{7}{5}$   | 10. $\frac{3}{7}$ ou $\frac{9}{14}$   | R. $\frac{9}{14}$  |
| 3. $\frac{21}{25}$ ou $\frac{13}{25}$ | R. $\frac{21}{25}$ | 11. $\frac{4}{9}$ ou $\frac{7}{12}$   | R. $\frac{7}{12}$  |
| 4. $\frac{23}{32}$ ou $\frac{15}{32}$ | R. $\frac{23}{32}$ | 12. $\frac{5}{12}$ ou $\frac{7}{10}$  | R. $\frac{7}{10}$  |
| 5. $\frac{5}{3}$ ou $\frac{5}{11}$    | R. $\frac{5}{3}$   | 13. $\frac{4}{19}$ ou $\frac{7}{38}$  | R. $\frac{4}{19}$  |
| 6. $\frac{7}{15}$ ou $\frac{7}{9}$    | R. $\frac{7}{9}$   | 14. $\frac{5}{21}$ ou $\frac{2}{7}$   | R. $\frac{2}{7}$   |
| 7. $\frac{4}{19}$ ou $\frac{4}{13}$   | R. $\frac{4}{13}$  | 15. $\frac{7}{21}$ ou $\frac{11}{36}$ | R. $\frac{11}{36}$ |
| 8. $\frac{9}{23}$ ou $\frac{9}{17}$   | R. $\frac{9}{17}$  | 16. $\frac{5}{28}$ ou $\frac{9}{35}$  | R. $\frac{9}{35}$  |





Simplificar e em seguida calcular as expressões:

- |  |                    |  |                    |
|--|--------------------|--|--------------------|
| 1. $\frac{8 \times 5}{4 \times 3 \times 5}$      | R. $\frac{2}{3}$   | 5. $\frac{5 \times 4 \times 60}{40 \times 25 \times 10}$                     | R. $\frac{3}{25}$  |
| 2. $\frac{4 \times 25}{8 \times 3 \times 25}$    | R. $\frac{1}{6}$   | 6. $\frac{28 \times 90 \times 36}{36 \times 20 \times 7}$                    | R. 18              |
| 3. $\frac{40 \times 45}{32 \times 81}$           | R. $\frac{25}{36}$ | 7. $\frac{120 \times 30 \times 8 \times 3}{16 \times 8 \times 32 \times 9}$  | R. $\frac{5}{2}$   |
| 4. $\frac{126 \times 40}{63 \times 5 \times 64}$ | R. $\frac{1}{4}$   | 8. $\frac{36 \times 14 \times 15 \times 9}{252 \times 7 \times 6 \times 12}$ | R. $\frac{15}{28}$ |

### REDUÇÃO DE FRAÇÕES AO MESMO DENOMINADOR

Reduzir frações ao mesmo denominador é convertê-las em outras equivalentes, que sejam dotadas do mesmo denominador.

Essa redução é empregada para reduzir frações à mesma espécie.

**Regra.** — Para reduzir frações ao mesmo denominador, multiplicam-se os termos de cada uma pelo produto dos denominadores das outras.

Sejam as frações

$$\frac{5}{6}, \frac{6}{7} \text{ e } \frac{7}{8}$$

Multiplicando-se ambos os termos da primeira por  $7 \times 8$ , os da segunda por  $6 \times 8$  e os da última por  $6 \times 7$ , vem

$$\frac{5 \times 7 \times 8}{6 \times 7 \times 8}, \frac{6 \times 6 \times 8}{7 \times 6 \times 8} \text{ e } \frac{7 \times 6 \times 7}{8 \times 6 \times 7}$$

Essas frações são equivalentes às três primeiras pois quando se multiplicam os dois termos de uma fração por um número, obtém-se uma fração equivalente à fração dada.

Teremos portanto

$$\frac{280}{336}, \frac{288}{336}, \frac{294}{336}$$

todas com o mesmo denominador e respectivamente equivalentes às frações dadas

$$\frac{5}{6}, \frac{6}{7} \text{ e } \frac{7}{8}$$

É fácil notar que há uma infinidade de grupos de frações equivalentes a outras dadas, tendo o mesmo denominador. É conveniente que o denominador comum seja o menor possível. Assim, as frações devem ser reduzidas ao mínimo denominador comum.

**Regra.** — Para reduzir frações ao mínimo denominador comum, reduzem-se à expressão mais simples e acha-se o m.m.c. dos denominadores; em seguida, multiplica-se cada numerador pelo quociente da divisão do m.m.c. pelo respectivo denominador, e toma-se esse m.m.c. para denominador comum.

**Exemplo**

Reduzir ao mínimo denominador comum as frações

$$\frac{3}{60}, \frac{22}{80} \text{ e } \frac{14}{32}$$

Reduzendo à expressão mais simples, teremos

$$\frac{1}{20}, \frac{11}{40} \text{ e } \frac{7}{16}$$

O m.m.c. de 20, 40 e 16 é 80.

De acôrdo com a regra acima, vem

$$\frac{4 \times 1}{80}, \frac{2 \times 11}{80}, \frac{5 \times 7}{80},$$

e efetuando

$$\frac{4}{80}, \frac{22}{80} e \frac{35}{80}$$

### EXERCÍCIOS.

Reduzir ao m.d.c. as seguintes frações:

1.  $\frac{2}{3} e \frac{5}{4}$

R.  $\frac{8}{12} e \frac{15}{12}$

2.  $\frac{3}{7} e \frac{2}{8}$

R.  $\frac{12}{28} e \frac{7}{28}$

3.  $\frac{7}{9} e \frac{4}{16}$

R.  $\frac{35}{45} e \frac{12}{45}$

4.  $\frac{3}{15}, \frac{7}{18} e \frac{9}{20}$

R.  $\frac{36}{180}, \frac{70}{180} e \frac{81}{180}$

5.  $\frac{17}{36}, \frac{11}{72} e \frac{13}{120}$

R.  $\frac{170}{360}, \frac{55}{360} e \frac{39}{360}$

6.  $\frac{4}{16}, \frac{5}{30}, \frac{1}{72} e \frac{7}{36}$

R.  $\frac{18}{72}, \frac{12}{72}, \frac{1}{72} e \frac{14}{72}$

7.  $\frac{1}{100}, \frac{7}{120}, \frac{1}{160} e \frac{13}{240}$

R.  $\frac{24}{2400}, \frac{140}{2400}, \frac{15}{2400} e \frac{1300}{2400}$

### CONVERSÃO DE UM NÚMERO MISTO EM FRAÇÃO IMPRÓPRIA

**Regra.** — Para converter um número misto à fração imprópria, multiplica-se o inteiro pelo denominador, soma-se o produto ao numerador e dá-se a essa soma o denominador da fração.

**Exemplo** Reduzir o número misto  $3\frac{5}{8}$  à fração imprópria

Multiplica-se 3 por 8 e obtemos 24, a que se soma 5, donde resulta 29. Este número é o numerador e 8 o denominador da fração procurada

$$3\frac{5}{8} = \frac{3 \times 8 + 5}{8} = \frac{24 + 5}{8} = \frac{29}{8}$$

Um número inteiro pode ser escrito sob a forma de fração, tendo a unidade como denominador. Assim, o inteiro 8 pode ser escrito

$$\frac{8}{1}$$

Um número inteiro pode adquirir forma fracionária com qualquer denominador, bastando que o numerador seja o produto de ambos.

**Exemplo.** Pôr o número 7 sob a forma de fração que tenha 12 por denominador

Multiplica-se 7 por 12 e obtém-se 84. Este é o numerador da fração e 12, o denominador

$$7 = \frac{7 \times 12}{12} = \frac{84}{12}$$



## CONVERSÃO DE UMA FRAÇÃO IMPRÓPRIA EM NÚMERO INTEIRO OU MISTO

**Regra.** - Para converter uma fração imprópria em número inteiro ou misto, efetua-se a divisão do numerador pelo denominador. Havendo resto, completa-se o quociente com uma fração tendo para numerador o resto da divisão e para denominador o divisor.

*Exemplos.*

1.º Transformar  $\frac{180}{12}$  em número inteiro ou misto

$$\frac{180}{12} = 180 \div 12 = 15$$

2.º Converter  $\frac{235}{15}$  em número inteiro ou misto

$$\frac{235}{15} = 235 \div 15 = 15 \frac{10}{15} = 15 \frac{2}{3}$$

### EXERCÍCIOS.

Reduzir a frações impróprias os seguintes números mistos

1. $2\frac{1}{4}$	R. $\frac{9}{4}$	4. $8\frac{4}{7}$	R. $\frac{60}{7}$
2. $4\frac{2}{3}$	R. $\frac{14}{3}$	5. $11\frac{2}{9}$	R. $\frac{101}{9}$
3. $6\frac{3}{5}$	R. $\frac{33}{5}$	6. $13\frac{1}{12}$	R. $\frac{157}{12}$

7. $15\frac{9}{17}$	R. $\frac{264}{17}$	9. $27\frac{4}{23}$	R. $\frac{625}{23}$
8. $21\frac{1}{19}$	R. $\frac{400}{19}$	10. $39\frac{12}{27}$	R. $\frac{1065}{27}$

Reduzir a números mistos as seguintes frações impróprias.

1. $\frac{27}{8}$	R. $3\frac{3}{8}$	6. $\frac{158}{21}$	R. $7\frac{11}{21}$
2. $\frac{25}{4}$	R. $6\frac{1}{4}$	7. $\frac{254}{23}$	R. $11\frac{1}{23}$
3. $\frac{103}{11}$	R. $9\frac{4}{11}$	8. $\frac{1381}{7}$	R. $197\frac{2}{7}$
4. $\frac{127}{92}$	R. $1\frac{35}{92}$	9. $\frac{3458}{21}$	R. $164\frac{2}{3}$
5. $\frac{47}{5}$	R. $9\frac{2}{5}$	10. $\frac{5423}{98}$	R. $55\frac{33}{98}$

Transformar os números seguintes em frações:

1. Em meios: 5, 7, 9 R.  $\frac{10}{2}, \frac{14}{2}, \frac{18}{2}$
2. Em terços: 2, 3, 5 R.  $\frac{6}{3}, \frac{9}{3}, \frac{15}{3}$
3. Em quartos: 15, 20, 25 R.  $\frac{60}{4}, \frac{80}{4}, \frac{100}{4}$

## OPERAÇÕES SOBRE FRAÇÕES

**Adição.** — Temos três casos a considerar na adição de frações ordinárias:

1.º) Adição de frações de mesmo denominador.

2.º) Adição de frações de denominadores diferentes.

3.º) Adição de números mistos.

**1.º caso.** — As frações têm o mesmo denominador

**Regra.** — Para somar frações com denominadores iguais, somam-se os numeradores e dá-se ao total o mesmo denominador.

*Exemplo.*

Seja a soma indicada

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{2}{8}$$

Aplicando a regra, vem

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{10}{8} = 1\frac{1}{4}$$

**2.º caso.** — As frações têm denominadores diferentes.

**Regra.** — Para somar frações de denominadores diferentes, reduzem-se ao mesmo denominador, depois somam-se os numeradores das frações obtidas e escreve-se o resultado como numerador de uma fração cujo denominador é o denominador comum das frações dadas.

*Exemplo.*

Seja a adição indicada

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{15} + \frac{3}{8}$$

Aplicando a regra, obtém-se

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{15} + \frac{3}{8} = \frac{20}{120} + \frac{16}{120} + \frac{45}{120} = \frac{81}{120} = \frac{27}{40}$$

**3.º caso.** — Adição de números mistos.

**Regra.** — Para somar números mistos, adicionam-se primeiramente as frações, depois os inteiros, juntando a estes os inteiros que resultarem da soma das referidas frações.

*Exemplos.*

Consideremos a soma indicada

$$3\frac{4}{5} + 2\frac{5}{6}$$

De acordo com a regra enunciada, tem-se

$$\begin{aligned} 3\frac{4}{5} + 2\frac{5}{6} &= 3 + 2 + \left(\frac{4}{5} + \frac{5}{6}\right) = 3 + 2 + \left(\frac{24}{30} + \frac{25}{30}\right) = 3 + 2 + \frac{49}{30} = \\ &= (3 + 2 + 1) + \frac{19}{30} = 6\frac{19}{30} \end{aligned}$$

Obteríamos o mesmo resultado, reduzindo os números mistos a frações impróprias e aplicando depois uma das duas primeiras regras

No exemplo citado, teríamos

$$3\frac{4}{5} + 2\frac{5}{6} = \frac{19}{5} + \frac{17}{6} = \frac{114}{30} + \frac{85}{30} = \frac{199}{30} = 6\frac{19}{30}$$



## EXERCÍCIOS.

• Efetuar as operações seguintes :

1.  $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{3}{5}$  R.  $1\frac{4}{5}$

2.  $\frac{5}{12} + \frac{7}{12} + \frac{1}{12}$  R.  $1\frac{1}{12}$

3.  $\frac{4}{29} + \frac{7}{29} + \frac{9}{29} + \frac{3}{29}$  R.  $\frac{23}{29}$

4.  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$  R.  $1\frac{5}{12}$

5.  $\frac{2}{5} + \frac{4}{7}$  R.  $\frac{34}{35}$

6.  $\frac{4}{13} + \frac{3}{11}$  R.  $\frac{83}{143}$

7.  $\frac{2}{5} + \frac{5}{8} + \frac{3}{4}$  R.  $1\frac{31}{40}$

8.  $\frac{4}{15} + \frac{7}{12} + \frac{5}{24}$  R.  $1\frac{7}{120}$

9.  $\frac{7}{18} + \frac{5}{12} + \frac{11}{36} + \frac{13}{45}$  R.  $1\frac{2}{5}$

10.  $\frac{4}{7} + \frac{5}{21} + \frac{9}{14} + \frac{17}{42}$  R.  $1\frac{6}{7}$

11.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{3}{8}$  R.  $1\frac{1}{8}$

12.  $\frac{3}{14} + \frac{5}{12} + \frac{5}{6} + \frac{3}{22}$  R.  $1\frac{185}{308}$

13.  $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{7}{15} + \frac{11}{30} + \frac{5}{24}$  R.  $2\frac{61}{120}$

14.  $\frac{13}{15} + \frac{7}{10} + \frac{3}{9} + \frac{5}{16} + \frac{3}{4}$  R.  $2\frac{77}{80}$

15.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$  R.  $1\frac{11}{40}$

16.  $2\frac{1}{4} + 4\frac{1}{2}$  R.  $6\frac{3}{4}$

17.  $3\frac{2}{5} + 5\frac{1}{20} + \frac{3}{10}$  R.  $8\frac{3}{4}$

18.  $4\frac{1}{8} + 2\frac{3}{32} + \frac{5}{16}$  R.  $6\frac{17}{32}$

19.  $2\frac{7}{30} + \frac{5}{32} + 3 + \frac{1}{8} + 5$  R.  $10\frac{247}{480}$

20.  $11 + \frac{4}{5} + 3\frac{3}{8} + 2\frac{1}{20} + \frac{5}{16}$  R.  $17\frac{79}{240}$

21.  $2\frac{1}{3} + 1\frac{4}{7} + 5 + 2\frac{3}{14} + \frac{9}{50}$  R.  $11\frac{157}{525}$

22.  $\frac{1}{9} + 3\frac{7}{18} + 4\frac{1}{30} + 8 + 2\frac{1}{4} + \frac{7}{20}$  R.  $18\frac{2}{15}$

**Subtração.** — A subtração de frações ordinárias apresenta quatro casos :

1.º) Subtração de frações de mesmo denominador.

2.º) Subtração de frações de denominadores diferentes.

3.º) Subtração de uma fração a um inteiro.

4.º) Subtração de números mistos.

1.º caso. — As frações têm o mesmo denominador.

Regra. — Para subtrair frações de denominador comum, subtraem-se os numeradores e escreve-se o resultado sobre o denominador comum das frações dadas.

Exemplo.

Seja a subtração indicada

$$\frac{7}{12} - \frac{5}{12}$$

Aplicando a regra, obtém-se

$$\frac{7}{12} - \frac{5}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

2.º caso. — As frações têm denominadores diferentes.

Regra. — Para subtrair frações de denominadores diferentes, reduzem-se ao mesmo denominador, subtraem-se os numeradores das frações obtidas e dá-se à diferença o denominador comum das frações dadas.

Exemplos.

1.º) Seja a diferença indicada

$$\frac{11}{18} - \frac{5}{12}$$

De acôrdo com a regra enunciada, encontraremos

$$\frac{11}{18} - \frac{5}{12} = \frac{22}{36} - \frac{15}{36} = \frac{7}{36}$$

2.º

$$\frac{11}{15} - \frac{13}{30} = \frac{22}{30} - \frac{13}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

3.º caso. — Subtração de uma fração de um inteiro.

Regra. — Para subtrair uma fração de um inteiro, multiplica-se o inteiro pelo denominador da fração dada, subtrai-se d'esse produto o numerador e dá-se à diferença o denominador da fração considerada.

Exemplos.

1.º) Seja a subtração indicada

$$5 - \frac{3}{4}$$

Encontraremos

$$5 - \frac{3}{4} = \frac{20 - 3}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$$

2.º)

$$4 - \frac{5}{6} = \frac{24 - 5}{6} = \frac{19}{6} = 3\frac{1}{6}$$

4.º caso. — Subtração de números mistos.

Regra. — Para subtrair números mistos, reduzem-se a frações impróprias os números dados e subtraem-se, em seguida, as frações obtidas.

Exemplos.

1.º) Seja a diferença indicada

$$5\frac{2}{3} - 2\frac{4}{5}$$



Aplicando a regra, tem-se

$$5\frac{2}{3} - 2\frac{4}{5} = \frac{17}{3} - \frac{14}{5} = \frac{85}{15} - \frac{42}{15} = \frac{43}{15} = 2\frac{13}{15}$$

2.º)

$$7\frac{1}{8} - 2\frac{1}{4} = \frac{57}{8} - \frac{18}{8} = \frac{39}{8} = 4\frac{7}{8}$$

### Exercícios.

Effectuar as seguintes subtrações:

1.  $\frac{3}{8} - \frac{1}{8}$  R.  $\frac{1}{4}$

2.  $\frac{7}{11} - \frac{4}{11}$  R.  $\frac{3}{11}$

3.  $\frac{11}{18} - \frac{7}{18}$  R.  $\frac{2}{9}$

4.  $\frac{17}{21} - \frac{10}{21}$  R.  $\frac{1}{3}$

5.  $\frac{3}{8} - \frac{1}{4}$  R.  $\frac{1}{8}$

6.  $\frac{7}{12} - \frac{5}{24}$  R.  $\frac{3}{8}$

7.  $\frac{5}{6} - \frac{5}{12}$  R.  $\frac{5}{12}$

8.  $\frac{11}{12} - \frac{7}{40}$  R.  $\frac{89}{120}$

9.  $\frac{3}{16} - \frac{5}{32}$  R.  $\frac{1}{32}$

10.  $4 - \frac{2}{7}$  R.  $3\frac{5}{7}$

11.  $8 - \frac{11}{24}$  R.  $7\frac{13}{24}$

12.  $14 - \frac{3}{4}$  R.  $13\frac{1}{4}$

13.  $3\frac{5}{8} - \frac{3}{4}$  R.  $2\frac{7}{8}$

14.  $7\frac{3}{5} - 2\frac{7}{15}$  R.  $5\frac{2}{15}$

15.  $8\frac{5}{6} - 3\frac{7}{12}$  R.  $5\frac{1}{4}$

16.  $9\frac{13}{16} - 4\frac{5}{32}$  R.  $5\frac{21}{32}$

17.  $11\frac{5}{9} - 10\frac{1}{18}$  R.  $1\frac{1}{2}$

18.  $6\frac{17}{25} - 4\frac{7}{20}$  R.  $2\frac{33}{100}$

**Multiplicação.** — Quatro são os casos que se nos apresentam na multiplicação de frações

1.º) Multiplicação de uma fração por um inteiro.

2.º) Multiplicação de um inteiro por uma fração

3.º) Multiplicação de uma fração por outra fração

4.º) Multiplicação de dois números mistos

**1.º caso.** — Multiplicação de uma fração por um inteiro.

**Regra.** — Para multiplicar uma fração por um inteiro, multiplica-se o numerador pelo inteiro, e dá-se ao produto o mesmo denominador

*Exemplos*

1.º)

$$\frac{7}{18} \times 5 = \frac{7 \times 5}{18} = \frac{35}{18} = 1\frac{17}{18}$$

2.º)

$$\frac{3}{11} \times 8 = \frac{3 \times 8}{11} = \frac{24}{11} = 2\frac{2}{11}$$

**2.º caso.** — Multiplicação de um número inteiro por uma fração.

**Regra.** — Para multiplicar um inteiro por uma fração, multiplica-se o inteiro pelo numerador da fração, e dá-se ao produto o mesmo denominador

*Exemplos*

1.º) Seja o produto indicado

$$3 \times \frac{4}{15}$$

Multiplicando-se 3 por 4, obtém-se o produto 12. Dando-se a este o denominador 15, obtém-se a fração  $\frac{12}{15}$  que, simplificada, dá  $\frac{4}{5}$

$$3 \times \frac{4}{5} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} = \frac{4}{5}$$

2.º)

$$7 \times \frac{11}{13} = \frac{7 \times 11}{13} = \frac{77}{13} = 5 \frac{12}{13}$$

3.º caso. — Multiplicação de uma fração por outra fração.

Regra. — Para multiplicar entre si duas frações, forma-se nova fração cujo numerador será o produto dos numeradores e cujo denominador será o produto dos denominadores das frações dadas.

Exemplos.

1.º) Seja o produto indicado

$$\frac{3}{7} \times \frac{14}{15}$$

Multiplicando os numeradores 3 e 14, obtém-se 42, que é o numerador da fração produto, multiplicando os denominadores 7 e 15, obtém-se 105, denominador da fração procurada  $\frac{42}{105}$ , que simplificada, dá  $\frac{2}{5}$

2.º)

$$\frac{3}{7} \times \frac{14}{15} = \frac{3 \times 14}{7 \times 15} = \frac{42}{105} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{9} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{9 \times 6} = \frac{5}{18}$$

4.º caso. — Multiplicação de dois números mistos.

Regra. — Para multiplicar dois números mistos basta reduzi-los a frações impróprias e multiplicar as frações resultantes.

Exemplos.

1.º) Seja o produto

$$2\frac{3}{5} \times 3\frac{5}{7}$$

Reduzindo a fração imprópria os números mistos dados obtém-se as frações  $\frac{13}{5}$  e  $\frac{26}{7}$ , que, multiplicadas segundo a regra conhecida, dão a fração  $\frac{338}{35}$ . Extraído os inteiros, encontra-se  $9\frac{23}{35}$

$$2\frac{3}{5} \times 3\frac{5}{7} = \frac{13}{5} \times \frac{26}{7} = \frac{338}{35} = 9\frac{23}{35}$$

2.º)

$$4\frac{3}{8} \times 2\frac{4}{5} = \frac{35}{8} \times \frac{14}{5} = \frac{490}{40} = 12\frac{1}{4}$$

Observações. — 1.º) A multiplicação de fração por inteiro, comporta, às vezes, uma simplificação: Se o denominador for exatamente divisível pelo inteiro, o quociente obtido será denominador do produto, cujo numerador será o mesmo.

Exemplos.

1.º)

$$\frac{5}{12} \times 6 = \frac{5}{12 \div 6} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

2.º)

$$\frac{7}{18} \times 9 = \frac{7}{18 \div 9} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

2.º) Tem lugar a mesma simplificação quando se multiplica inteiro por fração.

Exemplos

1.º)

$$3 \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6 \div 3} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

2.º)

$$4 \times \frac{7}{24} = \frac{7}{24 \div 4} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

3.º) Para multiplicar entre si diversas frações, forma-se nova fração cujo numerador será o produto dos numeradores e cujo denominador será o produto dos denominadores das frações dadas.

Exemplo

$$\frac{7}{9} \times \frac{5}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{7 \times 5 \times 3}{9 \times 7 \times 8} = \frac{105}{504} = \frac{5}{24}$$

4.º) Para multiplicar vários números mistos, basta reduzi-los a frações impróprias e multiplicar as frações obtidas

Exemplo

$$2\frac{3}{4} \times 1\frac{2}{3} \times 5\frac{3}{8} = \frac{11}{4} \times \frac{5}{3} \times \frac{43}{8} = \frac{2365}{96} = 24\frac{61}{96}$$

5.º) Chama-se fração de frações a uma ou mais partes de uma fração.

Exemplo.

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{5}{8}$$

**Regra.** — Para calcular uma fração de frações basta multiplicá-las entre si

Exemplos

1.º)

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{4}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

2.º)

$$\frac{5}{8} \text{ de } \frac{1}{6} \text{ de } 18 = \frac{5}{8} \times \frac{1}{6} \times 18 = \frac{5 \times 1 \times 18}{8 \times 6} = \frac{90}{48} = 1\frac{7}{8}$$

### EXERCÍCIOS.

Efetuar as seguintes multiplicações

1.  $\frac{3}{5} \times 7$  R.  $4\frac{1}{5}$

8.  $15 \times \frac{11}{45}$  R.  $3\frac{2}{3}$

2.  $\frac{5}{12} \times 4$  R.  $1\frac{2}{3}$

9.  $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7}$  R.  $\frac{12}{35}$

3.  $\frac{7}{13} \times 5$  R.  $2\frac{9}{13}$

10.  $\frac{5}{12} \times \frac{36}{25}$  R.  $\frac{3}{5}$

4.  $5 \times \frac{1}{9}$  R.  $2\frac{2}{9}$

11.  $\frac{7}{15} \times \frac{5}{21}$  R.  $\frac{1}{9}$

5.  $9 \times \frac{7}{24}$  R.  $2\frac{5}{8}$

12.  $\frac{81}{125} \times \frac{25}{9}$  R.  $1\frac{4}{5}$

6.  $12 \times \frac{7}{48}$  R.  $1\frac{3}{4}$

13.  $5\frac{3}{8} \times 11$  R.  $59\frac{1}{8}$

7.  $5 \times \frac{2}{23}$  R.  $\frac{10}{23}$

14.  $12 \times 3\frac{5}{7}$  R.  $44\frac{4}{7}$



$$\begin{array}{ll}
 15. \frac{15}{19} \times 1 \frac{3}{25} & \text{R. } 3 \frac{24}{95} \\
 16. 3 \frac{5}{18} \times 2 \frac{22}{25} & \text{R. } 8 \frac{6}{25} \\
 17. \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{7} & \text{R. } \frac{1}{84} \\
 18. \frac{3}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} & \text{R. } \frac{3}{7}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{ll}
 19. \frac{4}{7} \times \frac{7}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} & \text{R. } \frac{2}{5} \\
 20. 2 \frac{1}{6} \times \frac{5}{8} \times 2 \frac{3}{11} & \text{R. } 3 \frac{1}{8} \\
 21. 4 \frac{2}{3} \times 2 \frac{3}{7} \times 5 \frac{1}{4} & \text{R. } 53 \frac{1}{2} \\
 22. 1 \frac{1}{3} \times 3 \frac{3}{4} \times 3 \frac{5}{9} \times 1 \frac{6}{6} & \text{R. } 30 \frac{1}{9}
 \end{array}$$

**Divisão.** — Na divisão de frações apresentam-se quatro casos :

- 1.º) Divisão de uma fração por outra fração.
- 2.º) Divisão de uma fração por um número inteiro.
- 3.º) Divisão de um número inteiro por uma fração.
- 4.º) Divisão de dois números mistos.

**1.º caso.** — *Divisão de uma fração por outra fração*

**Regra.** — Para dividir uma fração por outra, multiplica-se a primeira pela segunda invertida.

Inverter uma fração é passar o numerador para denominador e o denominador para numerador.

*Exemplos.*

1.º) Seja a divisão indicada

$$\frac{3}{5} \div \frac{7}{9}$$

Invertendo a segunda fração  $\frac{7}{9}$ , obtém-se  $\frac{9}{7}$ . Multiplicando a primeira  $\frac{3}{5}$  por  $\frac{9}{7}$ , resulta a fração  $\frac{27}{35}$ , que é o quociente procurado

$$\frac{3}{5} \div \frac{7}{9} = \frac{3}{5} \times \frac{9}{7} = \frac{27}{35}$$

2.º)

$$\frac{3}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

**2.º caso.** — *Divisão de uma fração por um número inteiro.*

**Regra.** — Para dividir uma fração por um inteiro, reduz-se o inteiro à forma de fração e divide-se a fração dada pela fração resultante daquela redução.

*Exemplos*

1.º) Seja a divisão indicada

$$\frac{5}{8} \div 3$$

Dando ao inteiro a forma de fração, obtém-se  $\frac{3}{1}$ .

Dividindo a fração dada  $\frac{5}{8}$  pela fração obtida  $\frac{3}{1}$ , obtém-se a fração  $\frac{5}{24}$ , que é o quociente procurado

$$\frac{5}{8} \div 3 = \frac{5}{8} \div \frac{3}{1} = \frac{5}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{24}$$

2.º)

$$\frac{8}{9} \div 2 = \frac{8}{9} \div \frac{2}{1} = \frac{8}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

**3.º caso.** Divisão de um numero inteiro por uma fração.

**Regra.** Para dividir um inteiro por uma fração, reduz-se o inteiro à forma de fração e divide-se a fração obtida pela fração dada

*Exemplos.*

1.º) Seja a divisão indicada

$$7 \div \frac{3}{5}$$

Reduzindo o inteiro à forma de fração, tem-se  $\frac{7}{1}$ . Dividindo a fração obtida  $\frac{7}{1}$  pela fração dada  $\frac{3}{5}$ , obtém-se a fração  $\frac{35}{3}$ , que representa o resultado procurado

$$7 \div \frac{3}{5} = \frac{7}{1} \div \frac{3}{5} = \frac{7}{1} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{3} = 11 \frac{2}{3}$$

2.º)

$$8 \div \frac{3}{4} = \frac{8}{1} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{32}{3} = 10 \frac{2}{3}$$

**4.º caso.** — Divisão de dois números mistos.

**Regra.** — Para dividir dois números mistos, basta reduzi-los a frações impróprias e dividir as frações obtidas.

*Exemplos.*

1.º) Seja a divisão

$$2\frac{3}{5} \div 1\frac{5}{6}$$

Reduzindo os números mistos à denominação de fração, resultam as frações  $\frac{13}{5}$  e  $\frac{11}{6}$  respectivamente. Dividindo a primeira pela segunda, obtém-se a fração  $\frac{78}{55}$ . Extraíndo os inteiros, resulta  $1\frac{23}{55}$ , que é o quociente da divisão dada

$$2\frac{3}{5} \div 1\frac{5}{6} = \frac{13}{5} \div \frac{11}{6} = \frac{13}{5} \times \frac{6}{11} = \frac{78}{55} = 1\frac{23}{55}$$

2.º)

$$3\frac{1}{7} \div 1\frac{2}{5} = \frac{22}{7} \div \frac{7}{5} = \frac{22}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{110}{49} = 2\frac{12}{49}$$

## EXERCÍCIOS.

Effectuar as seguintes operações

1.  $\frac{8}{11} \div 2$  R.  $\frac{4}{11}$

8.  $18 \div \frac{6}{7}$  R. 21

2.  $\frac{7}{13} \div 3$  R.  $\frac{7}{39}$

9.  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$  R.  $2\frac{1}{2}$

3.  $\frac{21}{29} \div 7$  R.  $\frac{3}{29}$

10.  $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$  R.  $\frac{4}{5}$

4.  $\frac{4}{15} \div 8$  R.  $\frac{1}{30}$

11.  $\frac{5}{7} \div \frac{4}{9}$  R.  $1\frac{17}{28}$

5.  $10 \div \frac{2}{5}$  R. 25

12.  $\frac{8}{21} \div \frac{1}{7}$  R.  $\frac{2}{3}$

6.  $15 \div \frac{1}{4}$  R. 60

13.  $\frac{10}{17} \div \frac{20}{31}$  R.  $\frac{31}{34}$

7.  $13 \div \frac{3}{7}$  R.  $30\frac{1}{3}$

14.  $12 \div 3\frac{3}{4}$  R.  $3\frac{1}{5}$

15.  $15 + 3\frac{1}{6}$  R.  $4\frac{14}{19}$

16.  $24 + 4\frac{4}{5}$  R. 5

17.  $4\frac{2}{5} + 11$  R.  $\frac{2}{5}$

18.  $3\frac{7}{9} + 17$  R.  $\frac{2}{9}$

19.  $2\frac{5}{7} + 4\frac{2}{9}$  R.  $\frac{9}{14}$

20.  $5\frac{4}{15} + 2\frac{19}{30}$  R. 2

21.  $5\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$  R.  $8\frac{3}{5}$

22.  $15\frac{5}{7} + 2\frac{4}{11}$  R.  $6\frac{59}{91}$

## CÁLCULO DE EXPRESSÕES FRACIONÁRIAS

Exemplos.

$$1. \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \times 2 + 16 \div \frac{3}{5} - \frac{1}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{2} - \frac{2}{4} + \frac{15}{1} \times \frac{5}{3} - \frac{4}{40} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{25}{1} - \frac{1}{10} = \frac{5}{10} - \frac{1}{10} + \frac{250}{10} - \frac{1}{10} = \left(\frac{5}{10} + \frac{250}{10}\right) - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right) = \frac{255}{10} - \frac{2}{10} = \frac{240}{10} = 24\frac{9}{10}$$

$$2. \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{10}\right) \times 10 - \frac{3}{4} + 2 + 8 \times \left(1\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{2}{10} + \frac{3}{10}\right) \times 10 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} + 8 \times \left(\frac{7}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{10} \times 10 - \frac{3}{8} + 8 \times \frac{6}{4} = \frac{5}{1} - \frac{3}{8} + \frac{12}{1} = \frac{40}{8} - \frac{3}{8} + \frac{96}{8} = \left(\frac{40}{8} + \frac{96}{8}\right) - \frac{3}{8} = \frac{136}{8} - \frac{3}{8} = \frac{133}{8} = 16\frac{5}{8}$$

$$3. \frac{3\frac{1}{4}}{2\frac{3}{8}} = \frac{\frac{13}{4}}{\frac{19}{8}} = \frac{13}{4} \div \frac{19}{8} = \frac{13}{4} \times \frac{8}{19} = \frac{26}{19} = 1\frac{7}{19}$$

$$4. \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{8}}{2 + \frac{1}{4} \times 8} = \frac{\frac{2}{8} + \frac{1}{8}}{2 + \frac{2}{1}} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{4}{1}} = \frac{3}{8} \div \frac{4}{1} = \frac{3}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{32}$$

## EXERCÍCIOS

1.  $\frac{1}{5} + \frac{1}{8} - 2\frac{1}{4} + 4 + \frac{3}{4} + \frac{1}{5}$  R.  $3\frac{41}{80}$

2.  $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) \div \frac{11}{12} + \frac{3}{5} \times 1\frac{1}{4} - \frac{3}{8}$  R.  $1\frac{3}{8}$

3.  $\left(\frac{1}{6} + \frac{5}{12} \div 0\right) \times 1\frac{1}{17} - \frac{1}{4} \times 2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \times 1\frac{1}{3}$  R.  $1\frac{5}{12}$

4.  $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \div 8 + 2\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \times 2\right) - \frac{1}{1} \times 5$  R.  $4\frac{55}{96}$

5.  $\frac{2}{9} + \frac{3}{8} + \frac{4}{7} \div \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{6}$  R.  $1\frac{884}{915}$

6.  $\left(2\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right) \times \frac{4}{7} + \frac{5}{8} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + 1\frac{1}{5}$  R.  $3\frac{1}{5}$

7.  $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \times 2\frac{2}{5} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \div \frac{5}{6}$  R.  $\frac{1}{2}$

8.  $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} \times 20 - 1\frac{5}{8} \times 2\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{3}$  R.  $8\frac{11}{12}$

9.  $\left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{6}\right) \div \frac{5}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{9}{11} + \frac{7}{8} \div \frac{7}{9}$  R.  $1\frac{79}{88}$



$$10. \left( \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \right) + 2\frac{1}{0} + \left[ \frac{1}{4} \times 1 - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times 2 \right) + 2 \right] - \frac{3}{4} \times 1\frac{1}{3}$$

R. 0

$$11. \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{2 - \frac{1}{4}}$$

R.  $\frac{10}{21}$ 

$$12. \frac{2\frac{1}{4} - 1\frac{3}{5}}{3\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \times 2}$$

R.  $\frac{39}{230}$ 

## PROBLEMAS.

1. Qual é a maior porção de um todo, os seus  $\frac{5}{12}$ , os seus  $\frac{6}{15}$  ou os seus  $\frac{4}{9}$ ?

R. Os  $\frac{4}{9}$ 

2. Das seguintes partes do ano,  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{3}{7}$ ,  $\frac{4}{11}$ ,  $\frac{6}{13}$ ,  $\frac{1}{3}$ , quais a de maior e a de menor duração?

R. A de maior duração  $\frac{6}{13}$ , e a de menor  $\frac{1}{3}$ 

3. Das águas fornecidas a uma cidade  $\frac{1}{3}$  são para o serviço público,  $\frac{1}{4}$  para o serviço industrial e  $\frac{1}{5}$  para compensar as perdas inevitáveis. Que fração resta para o serviço particular?

R.  $\frac{13}{60}$ 

4. Um capinador pode limpar certa área em 10 dias; um outro, em 12 dias, e um terceiro, em 15 dias. Os três juntos que porção de área limpariam em um dia?

R.  $\frac{1}{4}$ 

5. Três operários fizeram respectivamente  $\frac{3}{20}$ ,  $\frac{2}{9}$  e  $\frac{4}{21}$  de uma obra em um dia. Juntos, que parte completaram?

R.  $\frac{709}{1800}$ 

6. Através de uma vidraça perde-se  $\frac{4}{15}$  de luz solar com o madeiramento,  $\frac{3}{20}$  com a alvenaria pelos vidros e  $\frac{1}{3}$  com o cortinado. Que porção é desperdiçada?

R.  $\frac{3}{4}$ 

7. Um negociante vendeu a um primeiro segurado  $4m\frac{2}{3}$  de uma fazenda, a um 2º  $5m\frac{1}{5}$ , a um 3º,  $3m\frac{1}{2}$ , e a um 4º,  $2m\frac{3}{8}$ . Quantos metros foram vendidos?

R.  $16m\frac{17}{120}$ 

8. Estudou aritmética 6 horas e  $\frac{5}{6}$ , gramática 4 horas e  $\frac{1}{3}$ , geografia 5 horas e  $\frac{3}{4}$ , e  $3\frac{1}{2}$  de história do Brasil no decurso de uma semana. Quanto estudou ao todo?

R. 20 horas e  $\frac{6}{15}$ 

9. Preciso ler hoje  $\frac{5}{8}$  de um livro. Já li  $\frac{2}{7}$ . Que porção devo ler ainda?

R.  $\frac{19}{56}$

10. Um operário assim aplica o seu salário:  $\frac{4}{9}$  com alimentação,  $\frac{3}{10}$  com a vestimenta e  $\frac{2}{15}$  com distrações e eventuais. Quanto pode economizar?

R.  $\frac{11}{90}$

11. Do calor solar só  $\frac{16}{25}$  chegam no solo; o resto é absorvido pela atmosfera. Enquanto importa este resto?

R. Em  $\frac{9}{25}$

12. Um operário faz sozinho uma obra em 10 dias; um segundo, em 8 dias. Em quantos dias um terceiro a faria para que os três juntos possam em um dia fazer  $\frac{37}{120}$  dessa obra?

R. Em 12 dias.

13. Paguei já  $\frac{2}{9}$ , depois  $\frac{1}{4}$ , depois  $\frac{4}{15}$  de uma dívida. Que fração preciso pagar para saldar  $\frac{4}{5}$  da dívida?

R.  $\frac{11}{180}$

14. Uma massa de ferro pesa  $3\text{kg} + \frac{5}{9}$ . Quantos kg faltam para completar um litro de ferro, que pesa  $7\text{kg} + \frac{4}{5}$ ?

R.  $4\text{kg} + \frac{11}{45}$

15. Uma peça de casimira tem  $10\text{m} + \frac{1}{5}$  de comprimento. Para três ternos gastam-se respectivamente  $2\text{m} + \frac{3}{4}$ ,  $3\text{m} + \frac{1}{5}$  e  $2\text{m} + \frac{3}{5}$ . Quanto resta?

R.  $1\text{m} + \frac{13}{20}$

16. Sendo o gás carbônico formado de oxigênio e carbono, e querendo-se produzir  $8\text{kg} + \frac{4}{5}$  desse gás com  $2\text{kg} + \frac{2}{5}$  de carbono, quanto é preciso de oxigênio?

R.  $6\text{kg} + \frac{2}{5}$

17. A torneira de água fria enche um banheiro em 30 minutos; a de água quente, em 45 minutos, e o tubo de escoamento esgota-o cheio em 27 minutos. Estando ambas as torneiras e o tubo de escoamento abertos, em quanto tempo se encherá o banheiro?

R. 54 minutos

18. Estudando  $\frac{3}{4}$  de hora de gramática em um dia, quanto terei estudado em uma semana, dessa disciplina?

R. 5 horas e  $\frac{1}{4}$

19. A luz percorre 300000 quilômetros por segundo. Quanto percorrerá em  $\frac{2}{5}$  de segundo?

R. 120000km

20. Um homem adulto absorve  $\frac{5}{12}$  de litro de oxigênio por minuto, quantos absorve em  $\frac{3}{10}$  de minuto?

R.  $\frac{1}{8}$  de litro.

21. Um tanque enche-se em  $\frac{4}{7}$  de hora. Em quanto tempo se enchem  $\frac{7}{10}$  do tanque?

R.  $\frac{2}{5}$  de hora

22. Um metro cúbico de alumínio pesa duas toneladas e  $\frac{3}{5}$ . Quanto pesarão  $\frac{7}{12}$  de metro cúbico?

R. Uma tonelada e  $\frac{31}{60}$

23. Havendo em 1hl de ar  $20\frac{4}{5}$  litros de oxigênio, quanto de oxigênio há em  $5\frac{2}{3}$ hl? **R.**  $117\frac{13}{15}$  litros.

24. Comprou-se  $5\frac{2}{3}$  metros de uma fazenda a 6\$000 o metro,  $3\frac{1}{4}$  de outra a 4\$800 o metro, e  $7\frac{3}{5}$  de uma terceira a 3\$000. Qual foi a despesa total?

**R.** 72\$400.

25. Quantas horas representam  $\frac{2}{5}$  de  $\frac{3}{8}$  de um dia?

**R.** 3 horas e  $\frac{3}{5}$

## CAPÍTULO VII

## Redução de frações ordinárias em decimais

Já vimos que, para escrever um número decimal sob a forma de fração ordinária, aplica-se a seguinte

**Regra.** — Para escrever um número decimal sob a forma de fração ordinária, escreve-se uma fração cujo numerador é o número decimal sem a vírgula e cujo denominador é formado pela unidade seguida de tantos zeros quantos são os algarismos decimais

Exemplo

$$3,527 = \frac{3527}{1000}$$

Vejamos, agora, como se converte uma fração ordinária em número decimal.

**Regra.** — Para converter uma fração ordinária em número decimal, divide-se o numerador pelo denominador, e tem-se a parte inteira do quociente, à direita da qual se coloca uma vírgula. Escreve-se um zero à direita do resto obtido, e, dividindo-se o resultado pelo mesmo divisor, têm-se os décimos do quociente. E assim se prossegue, colocando um zero à direita de cada resto, até obter-se a aproximação desejada



Exemplos

$$1^{\circ}) \begin{array}{r} 17 \overline{) 5} \\ 20 \phantom{0} \\ 0 \phantom{00} \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 3,4 \end{array}$$

$$2^{\circ}) \begin{array}{r} 30 \overline{) 8} \\ 60 \phantom{0} \\ 40 \phantom{0} \\ 0 \phantom{00} \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 0,375 \end{array}$$

$$3^{\circ}) \begin{array}{r} 50 \overline{) 6} \\ 20 \phantom{0} \\ 20 \phantom{0} \\ 2 \phantom{00} \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 0,833... \end{array}$$

Assim,

$$\frac{17}{5} = 3,4;$$

$$\frac{3}{8} = 0,375;$$

$$\frac{5}{6} = 0,833...$$

Dai se conclue que as duas primeiras frações ordinárias consideradas,  $\frac{17}{5}$  e  $\frac{3}{8}$ , podem ser convertidas em *frações decimais*.

No terceiro exemplo, o resto obtido 2, das diversas divisões parciais, é sempre o mesmo, e, portanto, a operação pode ser prolongada indefinidamente e o algarismo 3 será reproduzido continuamente no quociente. Conclue-se, pois, que não existe fração decimal limitada igual à fração ordinária  $\frac{5}{6}$ .

Nos dois primeiros casos, em que a divisão se esgota, o quociente é um número decimal fracionário exato; no terceiro, em que a divisão não se esgota, o quociente é um *número decimal periódico* ou *dízima periódica*.

Vejamos agora qual a condição para que uma fração ordinária possa ser transformada exatamente em decimal, isto é, em um *número decimal limitado*.

Para que uma fração ordinária irredutível possa ser convertida exatamente em fração decimal é necessário e suficiente que o seu denominador não contenha fatores primos diferentes de 2 e 5.

Assim, as frações  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{7}{25}$  e  $\frac{3}{10}$  são convertíveis em frações decimais exatas, pois

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$25 = 5 \times 5$$

$$10 = 2 \times 5$$

Já as frações  $\frac{2}{9}$ ,  $\frac{5}{6}$  e  $\frac{1}{30}$  não são convertíveis em frações decimais exatas; originam frações decimais limitadas ou *dízimas periódicas*, pois

$$9 = 3 \times 3$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

Fazendo a conversão, encontra-se

$$\frac{3}{8} = 0,375; \quad \frac{7}{25} = 0,28; \quad \frac{3}{10} = 0,3$$

$$\frac{2}{9} = 0,222... \quad \frac{5}{6} = 0,833... \quad \frac{1}{30} = 0,0333$$

**Observação.** — É fácil verificar que o número de algarismos decimais da fração decimal limitada, obtida na conversão, é igual ao maior expoente dos fatores que entram no denominador.

Assim, como 8 é igual a  $2^3$ , a fração ordinária cujo denominador for 8, terá três algarismos na parte decimal, sendo 50 igual  $2 \times 5^2$ , a fração cujo denominador for 50, terá dois algarismos decimais.

Exemplos

$$\frac{3}{8} = 0,375; \quad \frac{5}{8} = 0,625; \quad \frac{3}{50} = 0,06, \quad \frac{11}{50} = 0,22, \text{ etc}$$

## EXERCÍCIOS

Converter as seguintes frações ordinárias em números decimais, dizendo previamente se é limitado ou não o número obtido.

1. $\frac{1}{2}$	R. 0,5	8. $\frac{5}{9}$	R. 0,555 ...
2. $\frac{3}{4}$	R. 0,75	9. $\frac{7}{12}$	R. 0,58333...
3. $\frac{5}{8}$	R. 0,625	10. $\frac{3}{18}$	R. 0,1666...
4. $\frac{3}{5}$	R. 0,6	11. $\frac{1}{15}$	R. 0,06666
5. $\frac{13}{25}$	R. 0,52	12. $\frac{2}{75}$	R. 0,02666
6. $\frac{11}{125}$	R. 0,088	13. $\frac{61}{11}$	R. 5,54545
7. $\frac{1}{3}$	R. 0,333 ...	14. $\frac{7}{22}$	R. 0,31818

Converter em frações ordinárias os números decimais seguintes:

1. 0,25	R. $\frac{1}{4}$	4. 0,9	R. $\frac{9}{10}$
2. 0,42	R. $\frac{21}{50}$	5. 0,45	R. $\frac{9}{20}$
3. 0,55	R. $\frac{11}{20}$	6. 0,125	R. $\frac{1}{8}$

7. 0,625	R. $\frac{5}{8}$	9. 8,12	R. $8\frac{3}{25}$
8. 4,8	R. $4\frac{4}{5}$	10. 25,35	R. $25\frac{7}{20}$

## DÍZIMAS PERIÓDICAS

Número decimal periódico ou dízima periódica é aquele cujos algarismos da parte decimal se repetem indefinidamente e sempre na mesma ordem.

Assim, 0,353535... ; 2,212121... ; 5,8333... são números decimais periódicos.

Chama-se período ao número formado pelo algarismo ou grupo de algarismos que se repetem.

Nos exemplos precedentes os períodos são respectivamente 35, 21 e 3.

A periodicidade de um número decimal representa-se por ..., repetindo-se o período algumas vezes.

Exemplo 3,52121

Lê-se:

três vírgula, cinco, vinte e um, vinte e um, etc.

A dízima periódica pode ser simples ou composta.

Periódica simples é aquela cujos períodos começam logo após a vírgula.

Exemplos

0,212121... ; 3,353535

Dízima periódica composta é aquela que apresenta entre a vírgula e o primeiro período uma parte que não se repete e denominada parte não periódica.

Assim, 0,0555 e 2,51212 são dízimas periódicas compostas e as partes não periódicas são respectivamente 0 e 5.

Na conversão de uma fração ordinária em decimal ilimitada, é possível prever qual a natureza da dízima periódica resultante.

1.ª) Toda fração irredutível, em cujo denominador não entram nem o fator 2 nem o fator 5, convertida em decimal dá uma dízima periódica simples.

As frações  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{5}{9}$  e  $\frac{11}{21}$ , p. ex., convertidas em decimais, dão dízimas periódicas simples, pois

$$3=3$$

$$9=3 \times 3$$

$$21=3 \times 7$$

Fazendo a conversão, acha-se

$$\frac{2}{3}=0,66\ldots; \quad \frac{5}{9}=0,55\ldots; \quad \frac{11}{21}=0,523809523809\ldots$$

2.ª) Toda fração irredutível em cujo denominador entram os fatores 2 ou 5 com fatores primos diferentes, convertida em decimal, dá uma dízima periódica composta.

Assim, as frações  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{4}{15}$  e  $\frac{11}{30}$  convertidas em frações decimais, dão dízimas periódicas compostas, pois

$$6=2 \times 3$$

$$15=3 \times 5$$

$$30=2 \times 3 \times 5$$

Fazendo a conversão, acha-se

$$\frac{5}{6}=0,8333\ldots; \quad \frac{4}{15}=0,2666\ldots; \quad \frac{11}{30}=0,3666\ldots$$

**Determinação da fração geratriz de uma dízima periódica.** — Chama-se *fração geratriz* de uma dízima periódica a fração ordinária que, convertida em decimal, dá origem a essa dízima.

As frações  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{5}{9}$  e  $\frac{5}{6}$ , p. ex., são respectivamente as geratrizes das dízimas periódicas 0,66...; 0,55... e 0,8333...

Há dois casos a considerar na determinação da geratriz de uma dízima periódica.

1.ª) Determinar a geratriz de uma dízima periódica simples.

2.ª) Determinar a geratriz de uma dízima periódica composta.

1.º caso. — Para determinar a geratriz de uma dízima periódica simples, aplica-se a seguinte

**Regra.** — A fração geratriz de uma dízima periódica simples, em que não existe parte inteira, é uma fração cujo numerador é um dos períodos e cujo denominador é um número formado de tantos noes quantos são os algarismos que constituem o período.

Exemplos

$$0,777\ldots = \frac{7}{9}, \quad 0,0006\ldots = \frac{6}{99} = \frac{2}{33}$$

$$0,2121\ldots = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

**Observação.** — Quando a dízima periódica simples contém parte inteira, a fração ordinária geratriz correspondente é um número misto cuja parte inteira é a mesma e cuja parte fracionária é a fração



geratriz da dízima periódica que se obtém abstraindo da parte inteira.

*Exemplo.*

$$\text{A geratriz de } 5,666 \dots = 5 + \frac{6}{9} = 5 + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

**2.º caso.** — Para determinar a geratriz de uma dízima periódica composta, tem-se a seguinte

**Regra.** — A fração geratriz de uma dízima periódica composta, em que não existe parte inteira, é uma fração cujo numerador é a parte não periódica seguida de um dos períodos, menos a parte não periódica; e cujo denominador é um número constituído de tantos noes quantos são os algarismos do período, seguido de tantos zeros quantos são os algarismos da parte não periódica.

*Exemplos.*

$$0,833 \dots = \frac{83-8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}; \quad 0,002525 \dots = \frac{25}{9900} = \frac{1}{396}$$

$$0,2533 \dots = \frac{253-25}{900} = \frac{228}{900} = \frac{19}{75}$$

**Observação.** — Quando a dízima periódica composta contém parte inteira, obtém-se a fração geratriz, procedendo-se como foi indicado no primeiro caso.

*Exemplo.*

A geratriz de 7,533 ... é

$$7 + \frac{53-5}{90} = 7 + \frac{48}{90} = 7 + \frac{8}{15} = \frac{113}{15}$$

### EXERCÍCIOS.

Acabar as frações geratrizes das seguintes dízimas periódicas.

1. 0,55	R. $\frac{5}{9}$	9. 0,25066	R. $\frac{77}{300}$
2. 0,666	R. $\frac{2}{3}$	10. 0,02525	R. $\frac{5}{198}$
3. 0,8181	R. $\frac{9}{11}$	11. 0,21615	R. $\frac{71}{330}$
4. 0,7575	R. $\frac{25}{33}$	12. 3,5444	R. $3\frac{49}{90}$
5. 0,121121	R. $\frac{121}{999}$	13. 2,32121	R. $2\frac{53}{165}$
6. 2,0505	R. $2\frac{5}{99}$	14. 4,726069	R. $4\frac{2300}{3300}$
7. 5,7272	R. $5\frac{8}{11}$	15. 2,0515151	R. $2\frac{17}{330}$
8. 0,377	R. $\frac{17}{45}$		

## Números complexos e incomplexos. Medidas antigas

**Números incomplexos e complexos.** — *Número concreto*, como sabemos, é o que vem segundo do nome da unidade a que se refere. *Ex.* 8 minutos, 4 horas 7 minutos e 22 segundos; etc.

O número concreto pode ser incomplexo ou complexo.

*Número incomplexo* é o que se refere a uma única espécie de unidade. *Ex.* 5 horas, 8 graus; etc.

*Número complexo* é o que se refere a duas ou mais unidades da mesma espécie, ligadas entre si por relações determinadas, mas não decimais. *Ex.* 8 dias 4 horas e 2 minutos, 15 graus 8 minutos e 7 segundos; etc.

Os números complexos são empregados na medida de certas grandezas, como tempo, ângulos, moeda inglesa, etc. As operações com esses números são, porém, mais difíceis do que com os números decimais.

**Medidas de tempo.** — O sistema métrico decimal apresentou novas medidas de tempo, ligadas

por relações decimais; prevaleceram porém as antigas, cuja unidade principal é o dia. Abaixo estão enumerados os múltiplos e submúltiplos dessa unidade.

### Múltiplos :

Século . . . . .	100 anos
Decênio . . . . .	10 „
Lustro . . . . .	5 „
Ano {	12 meses trigésimos e 5 dias
	12 meses do calendário
	365 dias
Semestre . . . . .	6 meses
Trimestre . . . . .	3 „
Bimestre . . . . .	2 „
Mês . . . . .	28, 29, 30 ou 31 dias
Semana . . . . .	7 dias

### Unidade principal :

Dia . . . . .	24 horas
---------------	----------

### Submúltiplos :

Hora . . . . .	$\frac{1}{24}$ do dia (60 minutos)
Minuto . . . . .	$\frac{1}{60}$ da hora (60 segundos)
Segundo . . . . .	$\frac{1}{60}$ do minuto

As frações de segundo são geralmente expressas em números decimais, isto é, em décimos, centésimos, etc.

O ano é o tempo que demora a Terra para realizar o seu movimento de translação em torno do Sol. O ano civil tem 365 dias, exceto os anos bissextos, que vêm de 4 em 4 anos e que são de 366 dias. O ano comercial é de 360 dias.

Os meses do ano são : janeiro, fevereiro, março, abril, maio, junho, julho, agosto, setembro, outubro, novembro, dezembro, respectivamente com 31, 28, (29 nos anos bissextos), 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31 dias.

O ano divide-se em 52 semanas. O mês é formado de 4 semanas, cada uma das quais consta de 7 dias, a saber : segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado e domingo.

**Medidas angulares.** — No sistema métrico decimal, divide-se a circunferência em duas semicircunferências ; cada semicircunferência em dois quadrantes ; cada quadrante em 100 partes iguais denominadas *grados*, cada grado (unidade principal) em 100 partes denominadas *minutos centesimais*, cada minuto centesimal em 100 partes chamadas *segundos centesimais*.

Na prática, ainda se adota de preferência a divisão antiga da circunferência, denominada *divisão sexagesimal*. A circunferência divide-se em duas partes iguais chamadas *semicircunferências*, cada semicircunferência em duas partes iguais denominadas *quadrantes*; cada quadrante em 90 partes iguais



denominadas *graus*; cada grau em 60 partes chamadas *minutos*; cada minuto em 60 partes que se chamam *segundos*.

Representa-se o grau pelo sinal  $^{\circ}$ , o minuto pelo sinal  $'$ , e o segundo pelo sinal  $''$ .

Desejando designar um arco de 26 graus, 8 minutos e 45 segundos, escrevemos:

$$26^{\circ}8'45''.$$

**Moeda inglesa.** — A unidade monetária inglesa é a *libra esterlina*, que se divide em 20 shillings ou *soldos* e o shilling em 12 pence ou *dinheiros*.

**Abreviaturas:** libra (£); soldo (s); dinheiro (d).

**Exemplo.**

4 libras 8 soldos 3 dinheiros, escreve-se:

$$4\text{£ } 8\text{s } 3\text{d ou } 4\text{£ } - 8 - 3.$$

Portanto

$$1 \text{ soldo} = 12 \text{ dinheiros}$$

$$1 \text{ £} = 20 \text{ soldos} = 20 \times 12 = 240 \text{ dinheiros (1)}$$

**Medidas antigas.** — O antigo sistema de pesos e medidas, empregado no Brasil, constava das seguintes medidas principais:

(1) **MOEDA BRASILEIRA** — O sistema métrico decimal também apresentou novas unidades monetárias, ligadas entre si por relações decimais; o franco é a unidade principal, de valor, naquele sistema. Entre nós, porém, prevalece ainda o real (moeda fictícia, em que se funda a formação de todas as outras), como unidade principal. Sendo, no entanto, muito pequena emprega-se o seu múltiplo — o mil réis como unidade mercantil. O conto de réis, que vale mil vezes mil réis é a unidade bancária.

### MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Légua brasileira . . .	3000 braças	0600 m
Légua marítima . . .	3 milhas	5555 "
Milha brasileira . . .	1000 braças	2200 "
Milha marítima . . .	841 $\frac{3}{4}$ braças	1851,85 "
Braça . . . . .	2 varas	2,2 "
Vara (unidade princ.)	5 palmos	1,1 "
Palmo . . . . .	8 polegadas	0,22 "
Polegada . . . . .	12 linhas	0,0275 "
Linha . . . . .	12 pontos	0,00229 "
Côvado . . . . .	3 palm. e $\frac{3}{4}$ de pol	0,681 "
Jarda . . . . .	4 pal 1 pol. e $\frac{1}{4}$ de pol	0,914 "
Toesa . . . . .	6 pés	1,98 "
Pé . . . . .	12 polegadas	0,33 "

### MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

Légua quadrada . . . . .	43km <sup>2</sup> ,56
Milha quadrada . . . . .	4km <sup>2</sup> ,84
Braça quadrada . . . . .	4m <sup>2</sup> ,84
Vara quadrada . . . . .	1m <sup>2</sup> ,21
Palmo quadrado (unidade principal)	0m <sup>2</sup> ,0484
Polegada quadrada . . . . .	0m <sup>2</sup> ,000756
Geira (medida agrária)	1936m <sup>2</sup>

### MEDIDAS DE VOLUME

Braça cúbica . . . . .	16m <sup>3</sup> ,648
Vara cúbica . . . . .	1m <sup>3</sup> ,331
Pé cúbico . . . . .	0m <sup>3</sup> ,035937
Palmo cúbico (unidade principal)	0m <sup>3</sup> ,010648
Polegada cúbica . . . . .	0m <sup>3</sup> ,00020797

## MEDIDAS DE CAPACIDADE

*Para líquidos.*

Tonel	2 pipas	960	litros
Pipa	15 almodres	480	"
Almude	12 canedras	32	"
Canedra ou med da (unidade principal)	4 quartilhos	2,662	"
Quartilho ou garrafa		0,665	"

*Para secos.*

Moio	60 alqueires	2176,2	litros
Alqueiro (unidade principal)	4 quartas	36,27	"
Quarta		9,07	"

## MEDIDAS DE PÊSO

Tonelada	13 1/2 quintais	703kg,238
Quintal	4 arrobas	58kg,7584
Arroba (unidade principal)	32 libras	14kg,6806
Libra	2 marcos	459g,05
Marcos	8 onças	229g,525
Onça	8 oitavas	28g,6906
Oitava	72 grãos	3g,5863
Grão		0g,0498

## CAPÍTULO IX

## Razões e proporções

**Razões.** — *Razão de duas grandezas da mesma espécie é a razão entre os números que as medem, admitindo-se que foram medidas com a mesma unidade.*

*Razão de dois números é o quociente indicado da divisão do primeiro pelo segundo.* Suponhamos duas grandezas A e B da mesma espécie, medidas com a mesma unidade U e que esta esteja contida duas vezes na primeira e três na segunda. Os números 2 e 3 são os resultados da medida das grandezas A e B com auxílio da mesma unidade U. A razão entre as grandezas A e B é a razão entre os números 2 e 3.

**Notação.** — Exprime-se a razão entre dois números, escrevendo um em seguida ao outro, separados por dois pontos, ou por um traço de fração.

Assim, a razão entre 15 e 3 é 5, e escreve-se

$$15 : 3 \text{ ou } \frac{15}{3}; \text{ e lê-se}$$

15 para 3, ou 15 sobre 3 (1)

(1) A primeira notação é pouco usada atualmente

**Termos de uma razão.** — Os números que formam a razão denominam-se *termos*.

O primeiro termo ou dividendo chama-se *antecedente*; o segundo termo ou divisor chama-se *consequente*.

Assim, na razão  $8 : 2$  ou  $\frac{8}{2}$ , 8 é o antecedente e 2 o consequente.

A razão é, pois, uma divisão indicada ou fração.

Portanto, numa razão o antecedente é dividendo ou numerador, o consequente é divisor ou denominador.

Daf tiramos as seguintes conclusões:

1.ª Quando se multiplica ou se divide o antecedente por um número, a razão fica multiplicada ou dividida por esse número.

2.ª Quando se multiplica ou se divide o consequente por um número, a razão fica dividida ou multiplicada por esse número.

3.ª Quando se multiplicam ou se dividem os dois termos por um mesmo número, a razão não se altera.

4.ª Em toda a razão, o antecedente é igual ao produto do consequente pelo quociente dos dois termos.

Assim, na razão

$$10 : 5 \text{ ou } \frac{10}{5} = 2, \text{ temos } 10 = 5 \times 2$$

Do mesmo modo, na razão

$$3 : 5 \text{ ou } \frac{3}{5}, \text{ temos } 3 = 5 \times \frac{3}{5}$$

**Razões iguais e inversas.** — Duas ou mais razões são iguais quando lhes são iguais os quocientes.

Assim,  $\frac{15}{3}$ ,  $\frac{20}{4}$  e  $\frac{30}{6}$  são razões iguais porque dão o mesmo quociente 5.

Quando o antecedente de uma razão é igual ao consequente de outra e viceversa, as razões denominam-se *inversas*.

As razões  $\frac{5}{6}$  e  $\frac{6}{5}$ , por exemplo, são inversas.

**Observação.** — Não se deve confundir razão com quociente. A razão é sempre um quociente indicado, mas nem todo quociente indicado é razão. Assim, a razão  $8 : 4$  é quociente indicado da divisão de 8 por 4. Já a expressão  $10m + 2$ , por exemplo, é um quociente indicado mas não razão.

Além disso, a razão é sempre um número abstrato, ao passo que o quociente pode ser um número concreto.

**Proporções.** — *Proporção* é a expressão de igualdade entre duas razões.

Sejam as duas razões iguais

$$\frac{12}{3} = 4 \text{ e } \frac{20}{5} = 4$$

Podemos escrever

$$\frac{12}{3} = \frac{20}{5}$$

igualdade que toma o nome de *proporção*.

**Notação.** — Representam-se as proporções separando as duas razões por quatro pontos, ou pelo



sinal de igualdade. A proporção precedente representa-se como segue:

$$\frac{12}{3} = \frac{20}{5} \text{ ou } 12 : 3 :: 20 : 5 \text{ (1)}$$

e lê-se: 12 sobre 3 é igual a 20 sobre 5, ou 12 está para 3 assim como 20 está para 5.

**Termos.** — Os números que formam a proporção denominam-se *termos*. O primeiro e o terceiro termos são os *antecedentes*, o segundo e o quarto, os *consequentes*. O primeiro e o quarto termos denominam-se *extremos*, o segundo e o terceiro *meios*.

**Propriedade fundamental.** — Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Assim, na proporção  $\frac{12}{3} = \frac{20}{5}$  temos

$$12 \times 5 = 3 \times 20 = 60$$

Conhecendo três termos de uma proporção, pode-se determinar o quarto.

**Regra.** — Um extremo de uma proporção é igual ao produto dos meios dividido pelo extremo conhecido.

Assim, na proporção  $\frac{4}{2} = \frac{10}{x}$ , temos

$$4 \times x = 2 \times 10 \text{ e } x = \frac{2 \times 10}{4} = 5$$

**Regra.** — Um meio de uma proporção é igual ao produto dos extremos dividido pelo meio conhecido.

(1) A última notação é pouco usada.

Assim, na proporção  $\frac{15}{5} = \frac{18}{x}$ , temos

$$15 \times x = 5 \times 18 \text{ e } x = \frac{5 \times 18}{15} = 6$$

Além disso, é possível mudar a ordem dos termos da proporção, desde que o produto dos extremos continue sendo igual ao dos meios. Pode-se mudar o lugar dos meios ou dos extremos (*alternar*), colocar os meios no lugar dos extremos e viceversa (*inverter*); mudar a colocação das razões (*transpor*).

Assim, alternando a proporção  $\frac{15}{5} = \frac{18}{6}$ , vem  $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$ ; invertendo, temos  $\frac{5}{6} = \frac{18}{15}$ ; finalmente transpondo, acha-se  $\frac{18}{6} = \frac{15}{5}$ .

**Médias.** — Média aritmética ou simplesmente média de dois ou mais números é o quociente da divisão da soma desses números pelo seu número.

Assim, a média aritmética dos números

$$6, 8, 0,4 \text{ e } 2,6 \text{ é}$$

$$\frac{6+8+0,4+2,6}{4} = \frac{17}{4} = 4,25$$

Denomina-se *proporção contínua* aquela cujos meios são iguais. Ao meio de uma proporção contínua chama-se *média proporcional* ou *média geométrica* entre os dois extremos.

Assim, a proporção  $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$  é contínua e 6 é a média proporcional ou média geométrica entre os extremos 4 e 9.

A média geométrica ou proporcional é igual à raiz quadrada do produto dos extremos.

Assim, na proporção  $\frac{4}{x} = \frac{x}{9}$ , tem-se

$$x = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6$$

**Nota.** — Duas grandezas são *diretamente proporcionais* quando tornando uma um certo número de vezes maior ou menor, a outra também fica igual número de vezes maior ou menor.

**Ex.:** 5 quilos de certa mercadoria custam 15\$000. 5 quilos e 15\$000 são diretamente proporcionais, pois 2, 3 . . . vezes mais quilos custarão 2, 3 . . . vezes mais, e viceversa.

Duas grandezas são *inversamente proporcionais* quando tornando uma um certo número de vezes maior ou menor, a outra também fica o mesmo número de vezes menor ou maior.

**Exemplo.**

Um trem com a velocidade de 60km/h vence a distância entre duas cidades em 2 horas e  $\frac{1}{2}$ ; 60 km/h e  $2\frac{1}{2}$ h são inversamente proporcionais, porque com a velocidade 2, 3 . . . vezes maior ou menor, o tempo seria 2, 3 . . . vezes menor ou maior.

**EXERCÍCIOS.**

Determinar o valor de  $x$  nas seguintes proporções:

$$1. \frac{3}{4} = \frac{12}{x} \quad R. 16 \qquad 2. \frac{6}{3} = \frac{x}{9} \quad R. 18$$

3. $\frac{8}{x} = \frac{12}{9}$	R. 6	10. $\frac{8}{15} = \frac{x}{30}$	R. 16
4. $\frac{2}{30} = \frac{4}{8}$	R. 15	11. $\frac{39}{x} = \frac{13}{2}$	R. 6
5. $\frac{11}{33} = \frac{1}{x}$	R. 3	12. $\frac{0,18}{0,9} = \frac{0,3}{x}$	R. 1,5
6. $\frac{14}{28} = \frac{x}{2}$	R. 1	13. $\frac{1,1}{0,7} = \frac{x}{2}$	R. 4
7. $\frac{21}{x} = \frac{7}{2}$	R. 6	14. $\frac{1}{2} = \frac{9}{\frac{8}{x}}$	R. $\frac{1}{3}$
8. $\frac{x}{25} = \frac{1}{5}$	R. 5	15. $\frac{x}{1\frac{1}{2}} = \frac{2,5}{3}$	R. 1,25
9. $\frac{36}{45} = \frac{12}{x}$	R. 15		

## REGRA DE TRÊS

*Regra de três* é a questão que tem por fim determinar uma quantidade desconhecida por meio de outras conhecidas, com as quais mantém relações de proporção.

Há duas espécies de regras de três: *simples* e *composta*.

**Regra de três simples.** — É aquela que consta de quatro quantidades, sendo uma delas desconhecida. Esta se representa geralmente pela letra  $x$ .

As regras de três simples podem ser diretas ou inversas.

*Diretas* são as regras de três que dizem respeito a grandezas diretamente proporcionais.

*Inversas* são as regras de três que se referem a grandezas inversamente proporcionais.

As questões de regra de três podem ser resolvidas por dois métodos: 1) pelo método das proporções; 2) pelo método de redução à unidade.

**Regra de três simples e direta.** — Seja a questão seguinte:

Um automóvel percorre 300 quilômetros em 4 horas; quantos quilômetros percorrerá, com a mesma velocidade, em 12 horas?

1º) Pelo método das proporções. — Podemos escrever abreviadamente

em 4h.	300km
em 12h	. x

As grandezas do problema são diretamente proporcionais, pois aumentando o tempo também aumenta o espaço. Essa questão é, pois, uma regra de três simples e direta. Assim, temos

$$\frac{4}{12} = \frac{300}{x}$$

Determinando o valor de x, vem

$$x = \frac{12 \times 300}{4} = 900 \text{ km}$$

2º) Pela redução à unidade.

O automóvel percorre em

4h	300km
1h percorrerá . . . . .	$\frac{300}{4}$

Portanto, em 12h a distância percorrida será  $\frac{12 \times 300}{4}$

Assim,

$$x = \frac{12 \times 300}{4} = 900 \text{ km}$$

2º) Um terreno de forma retangular, tendo 15 metros de frente por 32 de fundo, custa 6.000\$000. Qual seria o preço do terreno se a área fosse de 180m<sup>2</sup>?

A área do terreno dado será

$$A = 15 \text{ m} \times 32 \text{ m} = 480 \text{ m}^2$$

1º) Escrevendo abreviadamente, obtém-se

480m <sup>2</sup> valendo 6.000\$000
180m <sup>2</sup> valerão x

As grandezas do problema são diretamente proporcionais, pois diminuindo a área diminui o valor do terreno. E', portanto, uma regra de três simples e direta. Assim obtém-se

$$\frac{480}{180} = \frac{6000000}{x}$$

Determinando x, encontra-se

$$x = 180 \times \frac{6000000}{480} = 2.250\$000$$

2º) Redução à unidade

Se	480m <sup>2</sup> custam .	6.000\$000
	1m <sup>2</sup> custará	$\frac{6000000}{480}$

Portanto 180m<sup>2</sup> custarão  $\frac{6000000 \times 180}{480}$

$$\text{Assim, } x = \frac{6000000 \times 180}{480} = 2.250\$000$$

**Regra de três simples e inversa.** — Seja o problema seguinte:

15 operários realizam um certo trabalho em 20 dias. Em quantos dias 30 operários poderão executá-lo?



1.º) Escrevendo abreviadamente, tem-se

15 operários	20 dias
30 operários	$x$

As duas grandezas, número de operários e dias de trabalho, são inversamente proporcionais, pois aumentando o número de operários diminui o tempo necessário para realizar a obra. Esta questão é, portanto, uma regra de três simples e inversa.

Assim, temos

$$\frac{15}{30} = \frac{x}{20}$$

Donde

$$x = \frac{15 \times 20}{30} = 10 \text{ dias}$$

2.º) Redução à unidade.

Se 15 operários realizam o trabalho em 20 dias  
1 operário realizará o trabalho em  $20 \times 15$

Portanto 30 operários realizarão o trabalho em  $\frac{20 \times 15}{30}$

Logo

$$x = \frac{20 \times 15}{30} = 10 \text{ dias}$$

2.º) Um trem, dotado de velocidade de 60km por hora, percorre a distância entre duas estações em 6 horas. Em que tempo vencerá a mesma distância com a velocidade de 90km por hora?

1.º) Escrevendo abreviadamente, tem-se

60 km/h . . . . .	6h
90 km/h . . . . .	$x$

É claro que aumentando a velocidade, diminui o tempo necessário para vencer a distância. Essa questão é, portanto, uma regra de três simples e inversa, pois a velocidade e o tempo são grandezas inversamente proporcionais. Portanto

$$\frac{60}{90} = \frac{x}{6} \quad \text{Logo} \quad x = \frac{6 \times 60}{90} = 4 \text{ horas}$$

2.º) Redução à unidade

Se a	60 km/h leva	6h
a	1 km/h levará	$60 \times 6$
e a	90 km/h levará	$\frac{60 \times 6}{90}$

Assim,

$$x = \frac{60 \times 6}{90} = 4 \text{ horas}$$

**Regra de três composta.** — Chama-se *regra de três composta* aquela em que o valor da grandeza desconhecida é direta ou inversamente proporcional a várias outras grandezas dadas.

Seja a seguinte questão: Se 15 operários trabalhando 10 horas por dia, levam 24 dias para realizar uma obra, quantos operários em 25 dias, trabalhando 8 horas por dia, realizarão a mesma obra?

Pelas proporções — Escrevamos abreviadamente

15 op.	10 h	24 d
$x$	8 h	25 d

Vamos resolver essa regra de três composta pela resolução de várias regras de três simples.

1.º) Supondo fixo o número de horas diárias de trabalho, o problema consistirá somente no seguinte:

Se 15 operários realizam uma obra em 24 dias, quantos operários, em condições idênticas, realizarão a mesma obra em 25 dias?

Escrevendo abreviadamente, vem

15 op.	24 d
$x$	25 d

Resolvendo essa regra de três simples e inversa, tem-se

$$\frac{15}{x} = \frac{25}{24} \quad x = \frac{24 \times 15}{25}$$

2.º Determinado esse valor, consideremos fixo o número de dias e façamos variar o número de horas. Teremos, então, a seguinte questão:

Sabendo-se que  $\frac{24 \times 15}{25}$  operários fazem uma certa obra trabalhando 10 horas por dia, quantos operários farão a mesma obra trabalhando 8 horas por dia?

É uma regra de três simples e inversa. Resolvendo, obtém-se

$$\frac{\frac{24 \times 15}{25}}{x} = \frac{8}{10}$$

$$x = \frac{\frac{24 \times 15}{25} \times 10}{8} = \frac{24 \times 15 \times 10}{8 \times 25} = 18 \text{ operários}$$

**Redução à unidade** — As regras de três compostas, como as regras de três simples, podem ser resolvidas pela redução à unidade. Resolvamos a questão precedente.

Se trabalhando 10h por dia, durante	24 dias
são precisos	15 operários
trabalhando 1h por dia, durante	24 dias serão
precisos 10 vezes mais	$15 \times 10$ ,
trabalhando 8h por dia, durante	24 dias serão
necessários 8 vezes menos	$\frac{15 \times 10}{8}$ ;
trabalhando	1 dia
são necessários 24 vezes mais	$\frac{15 \times 10 \times 24}{8}$
finalmente, trabalhando 25d serão precisos	$\frac{15 \times 10 \times 24}{8 \times 25}$
25 vezes menos	

Assim, tem-se

$$x = \frac{15 \times 10 \times 24}{8 \times 25} = 18 \text{ operários}$$

**Método prático.** — Pode-se, na prática, resolver uma regra de três composta qualquer, de uma maneira muito simples, como indica a seguinte

**Regra.** — Para resolver uma regra de três composta, multiplica-se a quantidade correspondente à incógnita pela razão entre a segunda e a primeira das que lhe são diretamente proporcionais, e pela razão entre a primeira e a segunda das que lhe são inversamente proporcionais

**Exemplo**

Seja a questão seguinte: Se 60 operários em 12 dias, trabalhando 9 horas por dia, fizeram 60 metros de uma certa obra, quantos operários em 30 dias, trabalhando 6 horas por dia, farão 40 metros da mesma obra?

Escrevendo-se abreviadamente, vem

60 op. . .	12 d. . . . .	9 h . . .	60m
x op. . .	30 d. . . . .	6 h . . .	40m

Indiquemos pela letra *d* as grandezas diretamente proporcionais e pela *i* as que forem inversamente proporcionais à grandeza que se quer determinar (número de operários)

60 op. . .	12 d. . .	9 h . . .	60m
x op. . .	30 d. . .	6 h . . .	40m
	i	i	d

Aplicando a regra, tem-se

$$x = 60 \times \frac{12}{30} \times \frac{9}{6} \times \frac{40}{60}$$

$$x = 24 \text{ operários}$$

## PROBLEMAS.

(1. Uma bomba fornece 150 litros de água em 3 minutos. Quantos litros fornecerá em uma hora e meia?

R. 4500 litros

2. Um trem percorre 60 quilômetros por hora. Quantos quilômetros percorrerá em 20 minutos com a mesma velocidade? **R. 20 quilômetros**

3. 15 quilos de café custam 36\$000. Quanto custarão 25 quilos? **R. 60\$000**

4. Quanto custarão 3m 40 de certa sêda sabendo-se que 0m,60 custam 18\$000? **R. 102\$000**

5. 40 operários constroem 8 metros de um muro, num certo tempo. Nas mesmas condições e no mesmo tempo, 60 operários quantos metros construirão? **R. 12 metros**

6. Um veículo percorre 80 quilômetros em 3 horas e 20 minutos. Com a mesma velocidade, que distância percorrerá em 4 horas e 15 minutos? **R. 102 quilômetros**

7. Uma torneira, que despeja 4 litros de água por segundo, enche um tanque em 12 minutos. Quanto tempo levaria para enchê-lo uma torneira que fornece 6 litros por segundo? **R. 8 minutos**

8. Um avião vence a distância entre duas cidades, em 1 hora e meia com a velocidade de 120 quilômetros por hora. Quanto tempo levaria para vencer a mesma distância com a velocidade de 90 quilômetros por hora? **R. 2 horas**

9. Se 20 operários demoram 12 dias para realizar um certo trabalho, 30 operários quantos dias demorarão para executá-lo nas mesmas condições? **R. 8 dias**

10. Dois volumes iguais, um de ferro e outro de prata, pesam respectivamente 78kg e 105kg. Calcular a densidade do ferro, sabendo-se que a da prata é 10,5. **R. 7,8.**

11. Um pêndulo, num determinado lugar da Terra realiza 600 oscilações em 15 minutos. Quantas oscilações executará em 18 minutos e  $\frac{3}{5}$ ? **R. 744 oscilações**

12. 12dal de ar, em condições normais, pesam 155g 16. Quantos decagramas pesarão 30dal, nas mesmas condições? **R. 33,78dag**

13. Um homem recebe 280\$000 em 30 dias de trabalho. Quanto receberá trabalhando 21 dias? **R. 196\$000**

14. Um indivíduo tem que vencer a distância de 120km sabendo-se que já percorreu 90km em 5 dias quantos dias demorará para percorrer o restante, com a mesma velocidade? **R. 1 dia e 16 horas.**

15. Ao longo de uma rua plantam-se 570 árvores distantes umas das outras 5m,20. Quantas árvores poderiam ser plantadas, distantes 3m,00 uma das outras? **R. 760 árvores**

16. Uma bomba pode esgotar a água de um tanque em 9 dias e outra em 12. Em quantos dias ficará o tanque vazio, trabalhando as 2 bombas ao mesmo tempo? **R. 5 dias 8 horas 25  $\frac{5}{7}$  minutos**

17. Um indivíduo ganha 150\$000 em 12 dias, trabalhando 8 horas por dia. Quanto ganhará no mesmo tempo, se trabalhar 10 horas por dia? **R. 187\$500**

18. Determinar a altura de uma torre que projeta uma sombra de 7m,60, sabendo-se que a sombra projetada por uma haste vertical de 3m,60 de altura, no mesmo instante, é de 2m,40? **R. 11,40 metros**

19. Um terreno de forma retangular mede 12m de frente por 30m de fundo. Para conservar a mesma área quan-



os metros de fundo devia ter se a frente fosse somente de 10m?

R. 36 metros.

20. Para realizar um certo trabalho, gastaram-se 2dam,8 de tecido com 0m,70 de largura. Quantos metros seriam necessários se o tecido tivesse mais 0m,50 de largura?

R. 39,2 metros

21. 18 operários demoram 15 dias para fazer uma calçada de 90m de comprimento e 4m de largura. Quantos dias levariam os mesmos operários para construir uma calçada que tivesse mais 30m de comprimento e mais 1m de largura?

R. 25 dias

22. Uma bomba fornece 12hl em 6 minutos. Quantas horas serão necessárias para que ela possa encher um reservatório de 5m,80 de comprimento, 3m,40 de largura e 2m de fundo?

R. 3 horas 17 minutos 12 segundos

23. Sabendo-se que 150 litros de oxigênio pesam 2hg,145, em condições normais, qual será o peso desse gás contido num reservatório que tem 4dam<sup>3</sup>,500 de volume?

R. 6435kg

24. Um terreno de 32ha,8 foi vendido por 3:280\$000. Por quanto deverá ser vendido um terreno de forma retangular, de 100m de comprimento e 400m de largura, do mesmo valor relativo?

R. 400\$000.

25. Cinco carros removem 30 metros cúbicos de terra em 4 dias. Quantos carros são necessários para se remover 48 metros cúbicos em 5 dias?

R.  $6\frac{2}{5}$  carros

26. Um tanque tem 24m de comprimento, 25m de largura e 10m de altura. Modificando-se o comprimento para 32m, a largura para 20m, qual deverá ser a altura para que a sua capacidade se mantenha a mesma?

R. 15 metros

27. Três pedreiros colocam 12000 tijolos em 3 dias. Quantos tijolos seriam colocados por 5 pedreiros em 7 dias?

R. 28000 tijolos

28. Uma viga de pinho com 0,30m de espessura e 0,25m de altura e 4,00m de comprimento pesa 193kg. Quanto pesará outra viga de pinho de 0,35m de espessura, 0,40m de altura e 2,50m de comprimento?

R. 227,5kg

29. Aquecendo-se uma barra de aço de 4m,00 de modo que a sua temperatura se eleve de 50 graus, há uma dilatação linear de 0,00044m. De quantos graus se deve elevar a temperatura de uma barra de 6,00m para que haja um aumento de comprimento de 0,000528m?

R. 90 graus

30. Elevando-se de 80 graus a temperatura de 2,5dm<sup>3</sup> de cobre, seu volume aumenta de 10200mm<sup>3</sup>. Qual o aumento de volume apresentado por 1dm<sup>3</sup> crescendo de 1 grau a temperatura?

R. 61mm<sup>3</sup>

31. Para a capinação de 60500m<sup>2</sup> de área cultivada são necessários 4 homens trabalhando 6 dias. Quantos homens são necessários para uma área tripla, trabalhando 5 dias?

R. 9 homens

32. Uma turma de operários cava uma extensão de 15m, de um fosso de 2,1m de largura por 3 00m de altura, trabalhando 9 horas durante 12 dias. Que extensão cavarão de um fosso de 2,50m de largura por 4,00m de altura, trabalhando 8 horas durante 20 dias?

R. 14 metros

33. Em uma cidade de 25000 habitantes são fornecidos 4000000 de litros de água potável em 24 horas. Em uma zona de 8000 habitantes quantos litros deverão ser distribuídos em 9 horas?

R. 480000 litros

34. Em um pensionato de 80 pessoas, a caixa de água potável de 2100 litros deve ser enchida 30 vezes em 7 dias.

Aumentando o número de pensionistas para 120 e usando-se um reservatório de  $2,5m^3$ , quantas vezes deve-se enchê-lo em 5 dias?

R. 27 vezes

35. Pode recolher-se em 20 horas sobre um terraço de  $12,50m$  de comprimento por  $15,00m$  de largura, 12000 litros de água pluvial. Se o comprimento fosse de  $20,00m$ , para se recolher um volume duplo de água em 30 horas, que largura deveria ter o terraço?

R. 12,50 metros

36. Três adultos exalando 20 litros de gás carbônico em uma hora, tornam irrespirável o ar de uma sala hermeticamente fechada de  $5,00m$  de comprimento,  $6,00m$  de largura e  $4,00m$  de altura em uma hora e 20 minutos. Em quanto tempo cinco meninos, que exalam 10 litros de gás carbônico por hora, variam a atmosfera de uma sala fechada de  $8,00m$  de comprimento,  $5,00m$  de largura e  $4,50m$  de altura?

R. 2 horas e 24 minutos

37. A ração alimentar de um navio, que transporta 150 passageiros em uma viagem de 24 dias, é de 1500grs diárias por pessoa. Se a tripulação se tornasse de 225 pessoas e a viagem durasse 30 dias, qual seria a ração?

R. De 800grs por pessoa

38. Uma cidade de 30000 habitantes tem uma reserva de trigo de 1800 quilos para 6 meses e 12 dias. Tendo a população aumentado de 2000 habitantes e o trigo de 600 quilos, quanto mais será a cidade abastecida?

R. Mais um mês e 18 dias

39. Empregando-se  $180m$  de casimira de  $1,6m$  de largura, fizeram-se 56 ternos e sobram 12 metros. Quantos metros são necessários, de outra casimira de  $1,2m$  de largura, para a confecção de 80 ternos?

R. 320 metros

## CAPÍTULO X

### Regra de juros

A regra de juros tem por fim resolver as questões que dizem respeito ao emprégo de capitais destinados a produzir lucro, em certas condições.

Na regra de juros distinguem-se os seguintes elementos: *capital*, *juro*, *tempo* e *taxa*.

*Capital* é a quantia empregada na transação.

*Juro* é o rendimento produzido pelo capital. É o lucro que o devedor deve juntar ao capital no pagamento.

*Tempo* é o prazo durante o qual o capital foi empregado para produzir um certo juro.

*Taxa* é o juro produzido por uma quantia fixa em tempo determinado.

Geralmente, a quantia fixa é 100 e o tempo 1 ano. Assim, 5 por cento ao ano significa que 100 dão um rendimento de 5 em 1 ano. Designa-se abreviadamente: 5% ao ano.

O tempo pode ser expresso em anos, meses ou dias, contudo, para os juros considera-se o ano com 360 dias e o mês com 30 dias.

O juro de um capital depende: 1.º) do capital; 2.º) do tempo durante o qual o capital é empregado; 3.º) da taxa.

O juro é directamente proporcional ao capital e ao tempo. Assim, um capital duas, três, etc., vezes maior do que outro, produz um juro também duas, três, etc., vezes maior, durante o mesmo tempo; além disso, aumentando o tempo, cresce o juro correspondente a um determinado capital.

O juro pode ser *simplex* ou *composto*.

*Juro simplex* é aquele em que o capital empregado conserva-se o mesmo durante o tempo da transacção. *Juro composto* é aquele em que, em cada unidade de tempo, se reúne o juro ao capital, para dar novo juro no tempo seguinte.

**Juros simples.** — Nas questões de juro, procura-se determinar uma das seguintes quantidades: 1.º) o juro; 2.º) a taxa; 3.º) o capital; 4.º) o tempo.

Conhecendo três destas quantidades, é sempre possível calcular a quarta, o que se consegue resolvendo uma regra de três.

**Determinação do juro.** — O juro varia na razão directa do capital e do tempo.

*Exemplo.* Calcular o juro produzido por 900\$000, durante 4 anos, sob a taxa de 6% ao ano.

1.º) Escrevamos abreviadamente

100	1 a	6
900000	4 a	$z$

É uma regra de três composta que facilmente se resolve pelo método prático, como segue

$$z = 6 \times \frac{4}{1} \times \frac{900000}{100} = 6 \times 4 \times 9000 = 216\$000$$

2.º) Ao mesmo resultado chegaremos aplicando o método de redução à unidade

Se	100, durante 1 ano, produzem	6
	1, em 1 ano, renderá	$\frac{6}{100}$

$$900000 \text{ produzirão, em 1 ano } \frac{6 \times 900000}{100}$$

$$\text{e durante 4 anos renderão } \frac{6 \times 900000 \times 4}{100}$$

$$\text{Portanto, } z = 6 \times 4 \times 9000 = 216\$000$$

**Determinação da taxa.** — A taxa varia na razão directa do capital e do tempo

*Exemplo.* A que taxa esteve empregado o capital de 12 000\$000, durante 3 anos para produzir 3 600\$000 de juro?

1.º) Escrevendo abreviadamente, tem-se

12000000	3 a	3600000
100	1 a	$z$

Pelo método prático, vem

$$z = 3600000 \times \frac{100}{12000000} \times \frac{1}{3} = 10\%$$

2.º) Pelo método de redução à unidade, vem 12000000 em 3 anos rendem 3600000

$$1 \text{ em 3 anos rende } \frac{3600000}{12000000}$$

$$1 \text{ em 1 ano rende } \frac{3600000}{12000000 \times 3}$$

$$100 \text{ em 1 ano rendem } \frac{3600000 \times 100}{12000000 \times 3}$$

$$\text{Assim, } z = 10\%$$



**Determinação do capital.** — O capital varia na razão direta do juro e na razão inversa do tempo

*Exemplo.* Qual será o capital que produz, em 5 anos, a 10%, o juro de 2.500\$000?

1.º) Escrevendo abreviadamente, tem-se

10	...	1 a.	...	100
2500000	...	5 a.	...	x

Aplicando o método prático, vem

$$x = \frac{100 \times 2500000}{10} \times \frac{1}{5} = 5.000\$000$$

Portanto,  $x = 5.000\$000$

2.º) Pelo método de redução à unidade, tem-se: Se para render 10, durante 1 ano, é necessário 100, para render, 1, durante 1 ano, é necessário  $\frac{100}{10}$  e para render 2500000,

durante 5 anos é necessário  $\frac{2500000 \times 100}{10 \times 5}$

Assim,  $x = 5.000\$000$

**Determinação do tempo.** — O tempo varia na razão inversa do capital e na razão direta do juro.

*Exemplo.* Em que tempo o capital de 7.000\$000, empregado a 5% ao ano, renderá 350\$000 de juros?

1.º) Escrevendo abreviadamente, tem-se

100	...	5	...	1 a
7000000	...	350000	...	x

Aplicando o método prático, resulta

$$x = 1 \times \frac{100}{7000000} \times \frac{350000}{5} = 1 \text{ ano}$$

Assim,  $x = 1 \text{ ano}$

2.º) Pelo método de redução à unidade, vem

Se 100 produzem 5 em . . . 1 ano

1 produz 5 em . . . 100 anos

1 produz 1 em . . .  $\frac{100}{5}$  anos

7000000 produzem 1 em  $\frac{100}{5 \times 7000000}$

7000000 produzem 350000 em  $\frac{100 \times 350000}{5 \times 7000000}$

Portanto,

$$x = \frac{100 \times 350000}{5 \times 7000000} = 1 \text{ ano}$$

## FÓRMULAS

*Fórmula* é a expressão que indica as operações que se devem efetuar sobre quantidades dadas, para obter o valor de uma quantidade desconhecida.

As questões da regra de juros, como veremos, podem ser facilmente resolvidas com o emprêgo de fórmulas.

**Observações.** — Na aplicação das fórmulas deve-se atender o seguinte:

1.º) Quando a taxa é de ano, o tempo deve ser reduzido a fração do ano, se não for dado em ano

2.º) A taxa sendo de mês, o tempo deve ser reduzido a meses se não for dado em meses.

**Determinação do juro.** — O juro produzido por um certo capital ( $c$ ), durante um certo tempo ( $t$ ), sob uma determinada taxa ( $i$ ), é dado pela fórmula

$$j = \frac{cit}{100}$$

Portanto, o juro é igual ao produto do capital pela taxa e pelo tempo, dividido por 100.

### EXERCÍCIOS.

1.º *Pede-se o juro produzido por 900\$000, durante 4 anos sob a taxa de 6% ao ano.*

Aplicando a fórmula, encontra-se

$$j = \frac{cit}{100} = \frac{900000 \times 6 \times 4}{100} = 216\$000$$

2.º *Calcular o juro produzido por 600\$000, em 2a e 8m sob a taxa de 6% ao ano.*

Reduzindo à fração do ano, tem-se

$$2a. e 8m. = \frac{2 \times 12 + 8}{12} = \frac{32}{12}$$

Aplicando a fórmula, acha-se

$$j = \frac{cit}{100} = \frac{600000 \times 6 \times \frac{32}{12}}{100} = \frac{600000 \times 6 \times 32}{100 \times 12} = 80\$000$$

3.º *Pede-se o juro de 1:200\$000, em 2a 9m e 10d, sob a taxa de 6% ao ano.*

Reduzindo à fração do ano, tem-se

$$2a. 9m. e 10d. = \frac{2 \times 360 + 9 \times 30 + 10}{360} = \frac{1000}{360}$$

Portanto

$$j = \frac{cit}{100} = \frac{1200000 \times 5 \times \frac{1000}{360}}{100} = \frac{1200000 \times 6 \times 1000}{100 \times 360} = 200\$000$$

4.º *Calcular o juro de 350\$000 em 2a a 1/2% ao mês*

$$j = \frac{cit}{100} = \frac{350000 \times \frac{1}{2} \times 24}{100} = \frac{350000 \times 1 \times 24}{100 \times 2} = 42\$000$$

**Determinação do capital.** — Da fórmula

$$j = \frac{cit}{100}, \text{ tira-se} \quad c = \frac{100j}{it}$$

Portanto, o capital é igual ao produto do juro por 100, dividido pelo produto da taxa pelo tempo.

### EXERCÍCIOS

1.º *Pede-se o capital que produziu em 5a, a 10% ao ano o juro de 2 500\$000*

$$c = \frac{100j}{it} = \frac{100 \times 2500000}{10 \times 5} = 5000\$000$$

2.º *Pede-se o capital que rende 80\$000, durante 2a e 8m, sob a taxa de 6%*

$$c = \frac{100j}{it} = \frac{100 \times 80000}{6 \times \frac{32}{12}} = \frac{100 \times 80000 \times 12}{6 \times 32} = 600\$000$$

3.º *Pede-se o capital que produziu 200\$000 de juro, em 2a. 9m. e 10d. sob a taxa de 6% ao ano*

$$c = \frac{100j}{it} = \frac{100 \times 200000}{6 \times \frac{1000}{360}} = \frac{100 \times 200000 \times 360}{6 \times 1000} = 1200\$000$$

## Determinação da taxa. — Da fórmula

$$i = \frac{cit}{100} \text{ deduz-se} \quad i = \frac{100j}{ct}$$

Assim, a taxa é igual ao produto do juro por 100, dividido pelo produto do capital pelo tempo.

## EXERCÍCIOS.

1.º O capital 900\$000 produziu 216\$000 de juro em 4 anos. Calcular a taxa a que foi empregado

$$i = \frac{100j}{ct} = \frac{100 \times 216000}{900000 \times 4} = 6\% \text{ ao ano}$$

2.º O capital de 600\$000 produziu o juro de 80\$000 em 2a e 8m. A que taxa esteve empregado?

$$i = \frac{100j}{ct} = \frac{100 \times 80000}{600000 \times \frac{32}{12}} = \frac{100 \times 80000 \times 12}{600000 \times 32} = 5\% \text{ ao ano}$$

3.º O capital de 1:200\$000 rendeu 200\$000 de juro em 2a, 9m, 10d. Pede-se a taxa a que esteve empregado

$$i = \frac{100j}{ct} = \frac{100 \times 200000}{1200000 \times \frac{1000}{360}} = \frac{100 \times 200000 \times 360}{1200000 \times 1000} = 6\% \text{ ao ano}$$

## Determinação do tempo. — A fórmula

$$i = \frac{cit}{100} \text{ dá} \quad t = \frac{100j}{ci}$$

Portanto, o tempo é igual ao produto do juro por 100, dividido pelo produto do capital pela taxa.

## EXERCÍCIOS

1.º Em que tempo o capital de 900\$000 a 6% ao ano, produzirá 216\$000 de juros?

$$t = \frac{100j}{ci} = \frac{100 \times 216000}{900000 \times 6} = 4 \text{ anos}$$

2.º Em que tempo o capital de 600\$000, a 5% ao ano, produzirá 80\$000 de juros?

$$t = \frac{100j}{ci} = \frac{100 \times 80000}{600000 \times 5} = \frac{8}{3} = 2 \text{ anos e 8 meses}$$

3.º Em que tempo o capital de 1:200\$000, a 6% ao ano, produzirá 200\$000 de juros?

$$t = \frac{100j}{ci} = \frac{100 \times 200000}{1200000 \times 6} = \frac{25}{9} = 2 \text{ anos, 9 meses e 10 dias}$$

## PROBLEMAS.

1. Que rendimento produz a importância de 15:200\$000, submetida durante 5 anos a juros com a taxa de 6%?

$$R. \quad 4\,500\$000$$

2. Quais os juros da quantia de 18.500\$000 em 4 anos e 3 meses, com a taxa de 7%?

$$R. \quad 5\,503\$750$$

3. Qual o rendimento da quantia de 24:200\$000, sob a taxa de 6%, em 3 anos, 5 meses e 18 dias?

$$R. \quad 5\,033\$000$$

4. Em 4 anos, 7 meses e 15 dias quanto rende 8:320\$000 submetidos a juros com a taxa de  $4\frac{3}{4}\%$ ?

$$R. \quad 1\,827\$800$$

5. A que taxa esteve submetida a importância de 1:140\$000 para render 307\$800 em 3 anos?

$$R. \quad 9\%$$



6. Deseja-se submeter a juros 1446\$000 para renderem em 3 anos e 8 meses 432\$000. Qual deverá ser a taxa?

R.  $8\frac{2}{11}\%$

7. Com que taxa se obteve uma renda de 175\$000 com o capital de 700\$000 em 5 anos, 6 meses e 20 dias?

R. 4,6%

8. No decurso de 1 ano e  $\frac{3}{5}$ , quanto renderam 3.200\$000, submetidos a juros com a taxa de 0,4% ao mês?

R. 245\$760

9. Depois de quantos anos 5.600\$000 renderam 1.508\$000 sob a taxa de 3,5%?

R. 8 anos.

10. Qual o tempo necessário para a importância de 3.600\$000 render a terça parte do seu valor, sob a taxa de juros de 5%?

R. 6 anos e 8 meses.

11. Que tempo é necessário para que 3.600\$000 se transformem em 3.944\$000 submetidos a juros com a taxa de 4%?

R. 2 anos, 4 meses e 20 dias

12. Com a importância de 3.200\$000 obteve-se um rendimento de 360\$000 com a taxa de juros de  $3\frac{1}{8}\%$  ao mês. Qual foi o tempo empregado?

R. 2 anos e 6 meses

13. Que capital pode ter rendido 615\$600 em 6 anos sob a taxa de 4,5%?

R. 2.280\$000.

14. Em 2 anos e  $\frac{1}{4}$ , que capital poderia fornecer 162\$000 com a taxa de 0,5% ao mês? R. 1.200\$000

15. Qual a maior das importâncias: a primeira que rende 57\$000 a  $4\frac{1}{2}\%$  em 3 meses e 5 dias, ou a outra que rende 56\$250 em 2 meses e 21 dias a  $\frac{5}{12}\%$  ao mês?

R. A 2.ª, que é de 5.000\$000; a 1.ª é de 4.500\$000

16. Depois de 4 anos e 8 meses, recebem-se 2.262\$000 por uma importância de 1.800\$000, que havia sido emprestada mediante juros. Qual a taxa?

R. 6,6%

17. Um homem emprestou a importância de 12.000\$000 a quatro pessoas, durante 3 anos, 10 meses e 20 dias da seguinte forma: à 1.ª um terço, com a taxa de 3,6%; à 2.ª, um quarto com a taxa de 4,2%; à 3.ª, um oitavo com a taxa de 6%, e o restante à quarta. Qual foi a taxa desta última para que os juros totais houvessem atingido 2.012\$500?

R. 4,6%

## CÂMBIO

A regra de câmbio tem por fim resolver os problemas relativos à troca de dinheiro entre duas praças comerciais do mesmo país ou de países diferentes.

O câmbio é a troca de dinheiro por dinheiro.

Quando a troca se realiza entre duas praças do mesmo país, o câmbio toma o nome de *interno*; quando a troca se dá entre países diferentes, denomina-se *externo*.

No primeiro caso, como as moedas pertencem ao mesmo país, a taxa de câmbio é avaliada segundo uma porcentagem conveniada. No segundo caso, a taxa de câmbio é estabelecida conveniando-se que nas relações cambiais uma das praças dá sempre uma quantia determinada (*o certo*), e a outra uma quantia variável (*o incerto*), que corresponde à primeira.

Assim, por exemplo, no câmbio entre o Brasil e a Inglaterra, aquele dá o certo (mil réis brasileiro) e a Inglaterra o incerto (mais ou menos dinheiros

por 1\$000) No câmbio com outros países, o Brasil dá sempre o incerto. É assim que a França e Alemanha dão o certo (1 franco e 1 marco) e o Brasil o incerto, isto é, mais ou menos réis conforme lhe correspondam no momento por um franco e por um marco.

Diz-se que o câmbio está ao par, quando a relação entre os valores de duas moedas é estabelecida pela quantidade de metal precioso que elas contêm. Quando, por exemplo, o câmbio entre a Inglaterra e o Brasil está ao par, a taxa é 27 e isto significa que 27 dinheiros é o valor exato de 1\$000

Estando o câmbio ao par, isto é, a 27, tem-se

1 £	corresponde a	8\$889 rs. fracos
1 franco	corresponde a	353 rs. fracos
1 marco	corresponde a	436 rs. fracos
100 rs forte	correspondem a	200 rs. fracos
etc.		

Resolvamos algumas questões de câmbio entre o Brasil e a Inglaterra.

1.ª Qual é o valor de 1 libra esterlina, sendo 6 a taxa de câmbio?

Seio 6 a taxa de câmbio, 6 dinheiros correspondem a 1000 rs. Procuramos o valor de 1£, isto é, 210 dinheiros, sendo a taxa de câmbio a mesma

Podemos escrever abreviadamente

6 d.	1000 rs
210 d.	x

É uma regra de três simples e direta. Portanto,

$$\frac{6}{210} = \frac{1000}{x}$$

de onde

$$x = \frac{210 \times 1000}{6} = 40\$000$$

2.ª Qual é o valor de 1 libra esterlina, sendo  $14\frac{1}{4}$  a taxa de câmbio?

Escrevamos abreviadamente

$14\frac{1}{4}$ ou 14,25 d	1000 rs
210 d	x

Portanto

$$\frac{14,25}{210} = \frac{1000}{x}$$

$$x = \frac{210 \times 1000}{14,25} = 10\$812$$

3.ª Qual é a taxa de câmbio quando a libra vale 36\$000?

Sabendo-se que 36\$000 valem 1£ ou 210d, temos que determinar 1000 rs. quantos dinheiros valem

Escrevamos

36000 rs.	valem 210d.
1000 rs	valerão x

É uma regra de três simples e direta Assim,

$$\frac{36000}{1000} = \frac{210}{x}$$

de onde

$$x = \frac{210 \times 1000}{36000} = 6\frac{2}{3}$$

4.ª Converter 1200\$000 em moeda inglesa, sendo de  $6\frac{1}{2}$  a taxa de câmbio

1000 rs.	$6\frac{1}{2}$ ou 6,5
----------	-----------------------



$$\begin{array}{r} 1200000 \dots\dots\dots x \\ \frac{1000}{1200000} = \frac{6,5}{x} \end{array}$$

de onde

$$x = \frac{1200000 \times 6,5}{1000} = \frac{1200000 \times 65}{1000 \times 10} = 7800 \text{ d.}$$

Reduzindo a número complexo, acha-se

$$x = 32\text{£} \text{ e } 10\text{s.}$$

5.ª Converter 8£ 10s. 6d., em moeda nacional, ao câmbio de  $5\frac{3}{4}$ .

$$8\text{£} 10\text{s.} 6\text{d.} = 2126 \text{ d. e } 5\frac{3}{4} = 5,75$$

$$5,75 \text{ d.} \dots\dots\dots 1000 \text{ rs.}$$

$$2126 \text{ d.} \dots\dots\dots x$$

$$\frac{5,75}{2126} = \frac{1000}{x}$$

$$x = \frac{2126 \times 1000}{5,75} = \frac{2126 \times 1000 \times 100}{575} = 369\$739$$

### Câmbio entre o Brasil e outros países. —

A conversão de dinheiro de outros países, em dinheiro brasileiro e viceversa, em que o Brasil dá o incerto, realiza-se da mesma maneira.

Resolvamos algumas questões.

1.ª Expressar, em moeda nacional, o valor de 795 francos franceses, ao câmbio de 540.

Como um franco francês vale 540 rs., 795 valerão

$$795 \times 540 = 429\$300$$

2.ª Que quantia corresponde, em moeda francesa, ao câmbio de 450, a 1:200\\$000?

Se 450 rs. valem 1 franco francês, 1:200\\$000 valerão

$$\frac{1200000}{450} = 2666,6 \text{ francos}$$

3.ª Calcular, em moeda nacional, o valor de uma letra de câmbio de 320 dólares, ao câmbio de 6\\$800.

Se 1 dólar vale 6\\$800, 320 dólares valerão

$$6800 \times 320 = 2\ 176\$000$$

4.ª Ao câmbio de 72\\$000, converter 1:800\\$000 em dólares.

$$\frac{1800000}{72000} = 25 \text{ dólares}$$

5.ª Expressar, em moeda nacional, o valor de 1540 marcos, ao câmbio de 3450 rs.

$$3450 \times 1540 = 5\ 313\$000$$

6.ª Calcular, em moeda alemã, o valor de uma letra de câmbio de 6:592\\$000, ao câmbio de 3\\$200

$$\frac{6592000}{3200} = 2060 \text{ marcos}$$

### EXERCÍCIOS.

Calcular o valor da libra esterlina com as taxas de câmbio seguintes:

1. 8	R. 30\\$000
2. 5	R. 45\\$000
3. $7\frac{3}{4}$	R. 30\\$267
4. $10\frac{1}{2}$	R. 22\\$857
5. $12\frac{5}{8}$	R. 19\\$000



Determinar a taxa de câmbio quando :

- |                                       |                     |
|---------------------------------------|---------------------|
| 6. 1£ equivale a 120\$000             | R. 2                |
| 7. 4£ equivalem a 250\$000            | R. $3\frac{21}{25}$ |
| 8. 5£ 10s. equivalem a 220\$000       | R. 6                |
| 9. 14£ 18s. 10d. equivalem a 358\$600 | R. 10               |

Converter em moeda nacional :

- |   |             |
|---|-------------|
| 10. 12£ ao câmbio de 15                     | R. 192\$000 |
| 11. 5£ 8s. ao câmbio de 8                   | R. 162\$000 |
| 12. 6£ 10s. 8d. ao câmbio de 6              | R. 261\$333 |
| 13. 9£ 12s. 5d. ao câmbio de $8\frac{3}{5}$ | R. 268\$488 |

Converter em moeda inglesa :

- |   |                 |
|---|-----------------|
| 14. 85\$000 ao câmbio de 8                | R. 2£ 16s. 8d.  |
| 15. 350\$000 ao câmbio de $4\frac{1}{2}$  | R. 6£ 11s. 3d.  |
| 16. 500\$000 ao câmbio de $5\frac{3}{4}$  | R. 11£ 19s. 7d. |
| 17. 1200\$000 ao câmbio de $6\frac{1}{4}$ | R. 31£ 5s.      |

Expressar, em moeda nacional, o valor de :

- |                                     |              |
|-------------------------------------|--------------|
| 18. 485 francos, ao câmbio de \$320 | R. 155\$200  |
| 19. 28 dólares, ao câmbio de \$650  | R. 242\$200  |
| 20. 530 marcos, ao câmbio de 3\$600 | R. 1908\$000 |
| 21. 1240 pesos, ao câmbio de 5\$040 | R. 6249\$600 |

Converter o valor de 900\$000 :

- |                                     |                 |
|-------------------------------------|-----------------|
| 22. Em francos, ao câmbio de \$300  | R. 3000 francos |
| 23. Em dólares, ao câmbio de 4\$500 | R. 200 dólares  |
| 24. Em marcos, ao câmbio de 4\$000  | R. 225 marcos   |
| 25. Em pesos, ao câmbio de 6\$000   | R. 150 pesos    |

## ÍNDICE

### CAPÍTULO I

Preliminares	11
Numeração	14
Numeração falada	15
Numeração escrita	20
Numeração romana	25

### CAPÍTULO II

Operações sobre os números inteiros	29
Adição	30
Subtração	37
Multiplicação	42
Potenciação	52
Divisão	53
Princípios relativos à multiplicação e divisão	60

### CAPÍTULO III

Fracções decimais	67
Propriedades dos números decimais	70
Operações	71

### CAPÍTULO IV

Sistema métrico decimal	83
Medidas de comprimento	84
Medidas de superfície	86
Medidas de volume	90
Medidas de peso	93
Densidade	96
Medidas de capacidade	97



## CAPÍTULO V

<i>Propriedade dos números</i>	111
<i>Caracteres da divisibilidade</i>	112
<i>Prova das quatro operações</i>	116
<i>Números primos</i>	118
<i>Máximo divisor comum</i>	124
<i>Mínimo múltiplo comum</i>	130

## CAPÍTULO VI

<i>Frações ordinárias — Preliminares</i>	135
<i>Propriedades das frações ordinárias</i>	139
<i>Comparação das frações ordinárias</i>	140
<i>Simplificação de frações</i>	142
<i>Redução de frações ao mesmo denominador</i>	146
<i>Conversão de um número misto em fração imprópria</i>	149
<i>Conversão de uma fração imprópria em número inteiro ou misto</i>	150
<i>Operações sobre frações</i>	152

## CAPÍTULO VII

<i>Redução de frações ordinárias em decimais</i>	175
<i>Dízimas periódicas</i>	179

## CAPÍTULO VIII

<i>Números complexos e incompleto — Medidas antigas</i>	185
---	-----

## CAPÍTULO IX

<i>Razões e proporções</i>	191
<i>Regra de três</i>	197

## CAPÍTULO X

<i>Regra de juros</i>	209
<i>Fórmulas</i>	213
<i>Câmbio</i>	219





## OS MELHORES LIVROS PARA A JUVENTUDE

Aventuras entre bugres e peles vermelhas, faras e antropófagos, habitantes de outros planetas, piratas, navegantes, reis e bandidos.

# TERRAMAREAR



### Ultimos volumes publicados:

- |   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| Charles Kingsley                                | Gabriel Ferry                        |
| 47 — Os Heróis do Mar                           | 62 — O Barão de Florestan            |
| A. Assolant                                     | William Le Queux                     |
| 49 — Aventuras Maravilhosas do Capitão Corcoran | 63 — O Terror do Japão               |
| Walter Baron                                    | Jean de La Hire                      |
| 54 — O Irmão do Diabo                           | 64 — A Princesa do "Dragão Vermelho" |
| Lucien Burt                                     | Camille de Cambray                   |
| 55 — O Engenheiro Pinheiro                      | 65 — O Rei das Nuvens                |
| 56 — Na Fronteira Indiana                       |                                      |
| 57 — Nas Selvas do México                       |                                      |
| 58 — O Segredo do Marul                         |                                      |
| André Lucrile                                   |                                      |
| 59 — Os Enlados da Terra                        |                                      |
| 60 — Perdidos na Lua                            |                                      |



COMP. EDITORA NACIONAL  
RUA DOS GUSMÕES, 639 SÃO PAULO

Preço deste vol. 7\$000